

初期不整を有する補剛された圧縮板の弾塑性有限変位解析(オ2報)

大阪大学工学部 正 員 小松定夫
 大阪大学工学部 正 員 北田俊行
 大阪大学大学院 学生員 ○岡田純一

1. まえなき 補剛された圧縮板(以下“補剛板”と呼ぶ)の極限強度は、初期たわみ、残留応力といった不可避の初期不整の影響を強く受けることな。最近、多くの研究者によって明らかにされてきた。しかし、これらの影響を忠実に評価しうる解析は今だに少ない。著者らは、近似計算法を開発し、多くのパラメータ解析を行なうと同時に、有限要素法に Modal Analysis 的手法を導入して自由度の低減を計った解析手法を開発し、これを用いて補剛板の弾塑性有限変位解析を行なっている。今回は特に残留応力を有する片面補剛された板について、いくつかの数値解析例を示すものである。

2. 解析法 本解析法では、載荷面に一樣変位を与えていく、いわゆる変位増分法を採用した。ところで、従来の有限要素法では、もし、この変位を与える面が板パネルの中央面と一致していなければ、板パネルに対し、局所的な曲げモーメントを作用させることになる。そこで、本解析では、Modal Analysis 的手法の利点を活用、変位を全体的変位モードと局所的変位モードに分離し、全体的変位モードについては載荷面で、局所的変位モードについては、板パネルの中央面で、各々つり合いを考えた。

まず、全体的変位モードは、載荷面 L-L (図-1参照) 上で仮定し、局所的変位モードは板パネルの中央面 P-P 上で仮定する。各要素の節点を板パネルの中央面上におき、全体座標系で表わした節点変位増分を $\Delta \hat{U}_r^T = \{\Delta \hat{U}_r, \Delta \hat{V}_r, \Delta \hat{W}_r, \Delta \hat{\theta}_{xr}, \Delta \hat{\theta}_{rr}\} (r=i, j, k)$ 、これに対応する節点力増分を $\Delta \hat{F}_r^T = \{\Delta \hat{F}_{xr}, \Delta \hat{F}_{rr}, \Delta \hat{F}_{zr}, \Delta \hat{M}_{xr}, \Delta \hat{M}_{rr}\} (r=i, j, k)$ とする。また、図-1に示すように、全体的変位を g 、局所的変位を l という添字を付けて表わせば、次の関係を得る。

$$\Delta \hat{U} = L \cdot \Delta \hat{U} \quad \cdots (1)$$

ここに、

$$\Delta \hat{U} = \begin{Bmatrix} \Delta \hat{U}_i \\ \Delta \hat{U}_j \\ \Delta \hat{U}_k \end{Bmatrix} \quad \Delta \hat{U} = \begin{Bmatrix} \Delta \hat{U}_i \\ \Delta \hat{U}_j \\ \Delta \hat{U}_k \end{Bmatrix}$$

$$\Delta \hat{U}_r^T = \{\Delta \hat{U}_{rg} + \Delta \hat{U}_{rl}, \Delta \hat{V}_{rg} + \Delta \hat{V}_{rl}, \Delta \hat{W}_{rg}, \Delta \hat{\theta}_{xrg}, \Delta \hat{\theta}_{rrg}, \Delta \hat{W}_{rl}, \Delta \hat{\theta}_{xrl}, \Delta \hat{\theta}_{rrl}\} (r=i, j, k)$$

$$L = \begin{bmatrix} L & 0 & 0 \\ 0 & L & 0 \\ 0 & 0 & L \end{bmatrix} \quad L = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -e & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & e & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

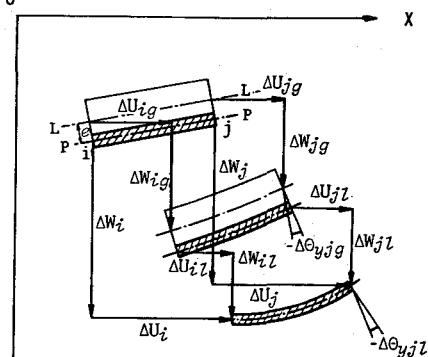


図-1 全体的変位と局所的変位の分離

さて、ここで変位増分 $\Delta \hat{U}$ の面外方向成分を、数個の一般化座標で表わす。式(1)を用いれば、

$$\Delta \hat{U} = h \cdot \Delta \hat{U} \quad \cdots (2)$$

$$\Delta \bar{U} = H \cdot \Delta \bar{U} \quad \text{----- (3)}$$

ここに $H = L \cdot h$

$$\Delta \bar{U}^T = \{ \Delta U_{ig} + \Delta U_{il}, \Delta V_{ig} + \Delta V_{il}, \Delta U_{ig} + \Delta U_{il}, \Delta V_{ig} + \Delta V_{il}, \Delta U_{kg} + \Delta U_{kl}, \Delta V_{kg} + \Delta V_{kl}, \Delta \bar{w}_g^T, \Delta \bar{w}_l^T \}$$

また、 $\Delta \bar{w}_g$, $\Delta \bar{w}_l$ は各々全体的変位増分および局部的変位増分を表わすモードの一般化座標である。さて、要素の増分形の構成方程式が次のように得られたとする。↗

3. 数値解析例 図-2に示すような、

2本の縦り材をもった周辺単純支持板について解析例を示す。この場合の横たわみ w のモードは二重三角級数を採用した。

$$w_i = \sum_m \sum_n \bar{w}_{mn} \cos \frac{m\pi x}{A} \sin \frac{n\pi y}{B} \quad \text{---- (7)}$$

板パネルの中央面を圧縮した場合 ((P) と表わす) の挙動および極限強度を要素分割を変えて調べてみた。(図-2、表-1) 残留応力がない場合は、 $Ne = 6$ (要素分 = $6 \times 6 \times 2 = 72$)、 $Ne = 9$ の場合、および通常の F.E.M. のみで解析した場合とよく一致した。

図-3には補剛板全体の中立面を圧縮した場合 ((N) と表わす) の挙動を示す。この場合は、横たわみの一般化座標で表わした。 $\bar{w}_i$ が全体的変位モード、 $\bar{w}_{ij}$ が局部的変位モードを支配する一般化座標と考えてよい。補剛材の剛比 γ を道路橋示方書で規定した最小必要剛比 γ_N の 0.5、1.0、4.0 倍に変化させてみた。 γ/γ_N の値によって、 $\bar{w}_{11}$ の挙動は変わるが、 $\bar{w}_{33}$ の挙動はあまり変わらないこととなる。図-4に剛比 γ/γ_N と極限強度 $\bar{\sigma}/\sigma_y$ の関係を示した。この図から見るに、剛比を道路橋示方書で定める γ_N 以上に上げて、強度の増加はあまり望めないこととなる。

$\gamma/\gamma_N = 1.0$ で、(P) の場合に比して、(N) では約 10% 強度が上昇した。また残留応力の存在によって (N) では約 3.5%、(P) では 6% 強度が低下した。 [参考文献] 才 30 回土木学会年次学術講演会概要集 I-69, 才 31 回土木学会年次学術講演会概要集 I-142

$$k_e \Delta \bar{U} = \Delta F \quad \text{----- (4)}$$

式(3)を代入すると、

$$k_e \cdot H \cdot \Delta \bar{U} = \Delta F \quad \text{----- (5)}$$

ここで、一般化節点力を $\Delta \bar{F} = H^T \Delta$ と定義すれば、

$$\tilde{k}_e \Delta \bar{U} = \Delta \bar{F} \quad \text{----- (6)}$$

ここに $\tilde{k}_e$ は一般化剛性マトリックスで

$$\tilde{k}_e = H^T k_e H$$

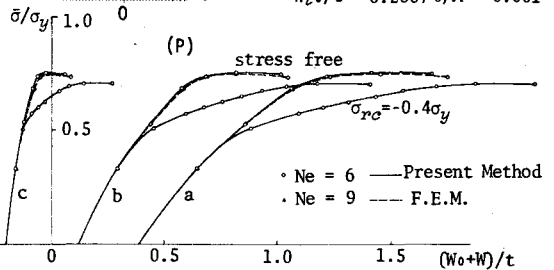
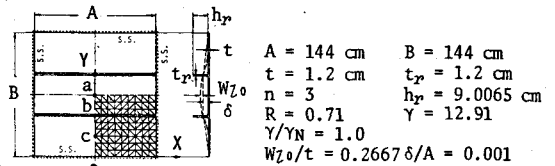


図-2 荷重とたわみ

表-1 要素分割と極限強度 ($\bar{\sigma}/\sigma_y$) (P)

σ_{rc}/σ_y	0.0	0.0	-0.4	-0.4
Ne	6	9	6	9
Present Method	0.754	0.751	0.706	*
F.E.M.	0.744	*	*	*

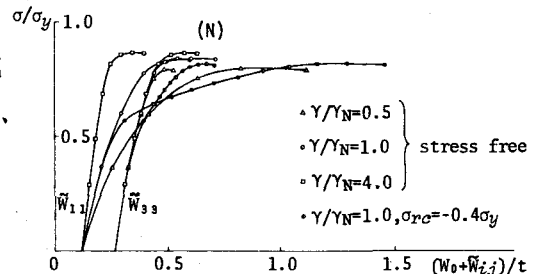


図-3 荷重とたわみ (一般化座標による表現)

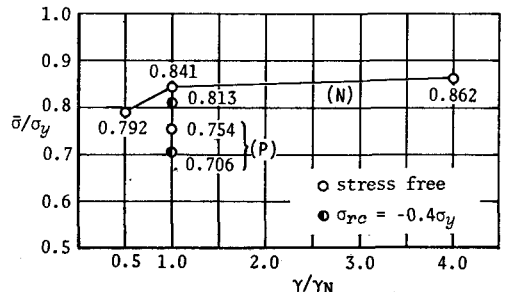


図-4 補剛材の剛比と極限強度