

初期不整のある板要素の圧縮耐荷力について (その3)

大阪大学工学部 正 前田幸雄
大阪府立高専 正 〇 日笠隆司

1. まえがき 初期不整のある四辺単純支持均一圧縮板の弾性解析は幾何学的非線形のみ考慮し、1項のたわみ関数により簡略に弾性解析し、板の極限状態を応力度でモデル化し、初期不整のある板の耐荷力の算出について考察する。

2. 解析 対象とする板はFig.1に示す。幅 b に對し比較的細長い四辺単純支持の板の両端に均一圧縮荷重を載荷したものである。残留応力度は軸方向のみとし、分布は軸方向にあって一定で、同一断面で均り合った矩形とする。耐荷力実験¹⁾によると、Fig.1のよう κ 比較的細長い板の極限状態のたわみ波形は正方形板の波形とほぼ同じとみなし得るのでFig.1より幅 b と同じ長さの板を取り出し、四辺単純支持の正方形均一圧縮板として解析する。Fig.2はこの正方形板の一边の長さ b を1とし、無次元化表示したものであり、Fig.2の板に對するひずみの連続条件式・面外力の均衡方程式は次のよう κ 示される。

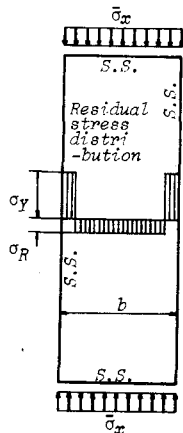


Fig.1 Rectangular plate loaded in edge compression

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} + 2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2 \partial \eta^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \eta^2} = \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \xi \partial \eta} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \xi \partial \eta} \right)^2 + \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 (w-w_0)}{\partial \xi^2} + 2 \frac{\partial^2 (w-w_0)}{\partial \xi^2 \partial \eta^2} + \frac{\partial^2 (w-w_0)}{\partial \eta^2} = 12(1-\nu^2) \left\{ \frac{\partial^2 (\Phi + \Phi_R)}{\partial \eta^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi^2} \frac{\partial^2 w}{\partial \eta^2} - 2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \xi \partial \eta} \frac{\partial^2 w}{\partial \xi \partial \eta} \right\} \quad (2)$$

板厚 t より無次元化された初期たわみ w_0 、た

わみ w は $\xi\eta$ 平面を基準としたものであり、既知の初期たわみ係数 a_0 、未知のたわみ係数 a より、Fig.2の四辺単純支持境界条件を満足する2重フーリエサイン級数の1項のみを用いて次式のように簡略化して示す。

$$w_0 = a_0 \sin \pi \xi \sin \pi \eta, \quad w = a \sin \pi \xi \sin \pi \eta \quad (3)$$

(1), (3)式より応力関数の特解 Φ_p は次式のように導かれる。

$$\Phi_p = -\pi^2 \eta^2 / 2 + (a^2 - a_0^2) (\cos 2\pi \xi + \cos 2\pi \eta) / 32 \quad (4)$$

面内境界条件は載荷=辺で直線、支持=辺は η 方向の直応力度が0であるとし、Fig.2の板の境界条件を満足する(1)式の応力関数の同次解 Φ_h 、及 α 応力関数重は次式で示される。

$$\Phi_h = \frac{1}{2\pi + \sinh 2\pi} \left\{ -(2\pi + \sinh 2\pi) \cosh 2\pi \eta + (1 - \cosh 2\pi) (2\pi \eta \cosh 2\pi \eta - \sinh 2\pi \eta) + \sinh 2\pi \cdot 2\pi \eta \sinh 2\pi \eta \right\} \cos 2\pi \xi \quad (5)$$

$$\Phi = \Phi_p + \Phi_h \quad (6)$$

記号 ν : ポアソン比, E : 弾性係数, $\bar{\sigma}_x$: 平均圧縮応力度, σ_y : 降伏点応力度, σ_R : 圧縮残留応力度, 残留応力度比 α : $-\sigma_R/\sigma_y$, 無次元化応力関数重(Φ_h は残留応力度 κ 関数もの): エアリーの応力関数/ $E t^2$, 無次元化平均圧縮応力度 μ_ξ : $(b/t\sqrt{\sigma_y/E})^2 \bar{\sigma}_x/\sigma_y$, λ : $b/t\sqrt{\sigma_y/E}$

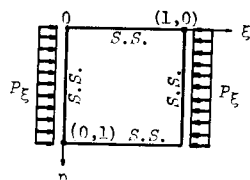


Fig.2 Non-Dimensional Representation

(2) 式'にカラー-キン法を適用し, (3), (4), (5), (6) 式'を代入すると未知係数 a に関する3次方程式²⁾が導かれる。

$$\frac{\pi^4}{32} \left[1 + \frac{1 - \cosh 2\pi}{\pi(2\pi + \sinh 2\pi)} \right] a^3 - \left\{ \frac{\pi}{4} \left[\pi \frac{\bar{\sigma}_x}{\sigma_Y} + (1+\alpha) \sin\left(\frac{\pi\alpha}{1+\alpha}\right) \right] \left(\frac{b}{t} \sqrt{\frac{\sigma_Y}{E}} \right)^2 + \frac{\pi^4}{32} \left[1 + \frac{1 - \cosh 2\pi}{\pi(2\pi + \sinh 2\pi)} \right] a_0^2 - \frac{\pi^4}{12(1-\nu^2)} \right\} a - \frac{\pi^4}{12(1-\nu^2)} a_0 = 0 \quad (7)$$

この解析結果を用い, $\eta = 0.5\alpha/(1+\alpha)$ における η 方向の応力度の平均値が降伏点応力度に等しくなったときを板の極限状態と仮定すると, 板の圧縮耐荷力の比 $(\bar{\sigma}_x/\sigma_Y)_{ult}$ は

$$\left(\frac{\bar{\sigma}_x}{\sigma_Y} \right)_{ult} = 1 - \frac{\pi^2(a^2 - a_0^2)}{8} \cos\left(\frac{\pi\alpha}{1+\alpha}\right) \frac{1}{(b/t\sqrt{\sigma_Y/E})^2} \quad (8)$$

で示される。(7), (8) 式より a を求め算出した耐荷力比は計算値1としてTable-1に示す。

(6) 式の応力関数より, Fig. 2 の板の η 方向応力度の最大となる位置は $\xi = 0.5$, $\eta = 0$ and 1 である。この点が降伏する荷重比 $(\bar{\sigma}_x/\sigma_Y)_{Yield}$ は次式で示される。

$$\left(\frac{\bar{\sigma}_x}{\sigma_Y} \right)_{Yield} = 1 - \frac{\pi^2(a^2 - a_0^2)}{8} \frac{2 \sinh 2\pi}{2\pi + \sinh 2\pi} \frac{1}{(b/t\sqrt{\sigma_Y/E})^2} \quad (9)$$

Table-1 の耐荷力比の計算値とは

Table-1

(7), (9) 式より $(\bar{\sigma}_x/\sigma_Y)_{Yield}$ を求め,

その荷重における $\xi = 0.5$, $\eta = 1$ の点の降伏を条件として, 残留応力を初期たわみに換算し, さうに, (7)

(8) 式より算出したものである。

3. 計算結果と検討 弾性解による耐荷力の算出において, 初期たわみのみを考慮する場合は従来の各種のモデル化により比較的精度良く求まるが, 残留応力を考慮した場合は一般に精度が悪い。これは板が極限状態に近づくにつれて塑性化が進み, 残留応力度の一部, あ

$b/t\sqrt{\sigma_Y/E}$	α	a_0	耐荷力比			換算
			実験値	計算値1	計算値2	初期たわみ
0.863	0.33	0.04	1.01	1.0	1.0	0.0
1.31	0.16	0.04	0.99	1.0	1.0	0.0
1.86	0.0	0.54	0.73	0.71	0.71	0.0
1.86	0.44	0.1	0.72	0.80	0.74	0.21
2.50	0.0	0.03	0.68	0.74	0.74	0.0
2.51	0.0	0.4	0.66	0.65	0.65	0.0
2.50	0.48	0.18	0.60	0.62	0.61	0.43
2.50	0.22	0.51	0.59	0.56	0.62	0.12
2.50	0.0	0.03	0.71	0.74	0.74	0.0
2.51	0.01	0.24	0.67	0.68	0.68	0.0
3.20	0.01	0.02	0.61	0.61	0.61	0.0
3.20	0.0	1.12	0.57	0.52	0.52	0.0
3.20	0.22	1.32	0.53	0.43	0.50	0.0
3.20	0.0	0.05	0.62	0.61	0.61	0.0
3.20	0.39	0.01	0.56	0.52	0.57	0.39
3.21	0.02	0.3	0.58	0.57	0.57	0.07

たりは全部が遮滅すること起因するものと思われる。このような理由により残留応力度を初期たわみに換算すると比較的良好的な計算結果が得られた。本文より次のことがいえる。

- 1) 比較的細長い四辺単純支持板の耐荷力は正方形板の一項のみによる弾性解から算出できる。
- 2) 計算値1の残留応力度に対する考え方は Maguoi³⁾と同様であるが適応性に若干問題がある。
- 3) 耐荷力の算定において, 残留応力を初期たわみに換算する方法は広範囲な $\lambda = b/t\sqrt{\sigma_Y/E}$ を有する板に適用し得ることから, 下,

参考文献 1) 前田・日笠 初期変位のある板要素の耐荷力について(その1), 関西支部講演概要集, S.51.

2) 前田・日笠, 同(その2), 土木学会第11回年次講演概要集, S51. 3) R. Maguoi, Ph.D. Dissertation, 1973.