

非線形問題の線形化に関する基礎的研究

京都大学工学部

正員 丹羽 義次

〃

正員 渡辺 英一

〃

大学院 ○学生員 福若 雅一

I. はじめに

構造物の非線形問題は、大別して材料非線形と幾何学的非線形とに分かれる。

非線形問題の解析手法としては、従来いろいろな解析手法が提案されているが、すべての問題に対して有効な、また正確で経済的な解析手法というものはなく、それぞれに一長一短があるが、その解析手法としては、材料非線形と幾何学的非線形との間に、本質的な差はないので、本文では 幾何学的非線形のみを含む問題について いろいろな解析手法を簡単なモデルに適用して 各々の解析手法の評価を行う。

さらに 今までの解析手法を改良して より有利な手法を提案する。

II. 解析手法

幾何学的非線形を含む問題においては、釣合方程式を 変形後の状態で記述する、Euler表示と 変形後の状態で記述する、Lagrange表示の2種類の表示法があるが 本文では Lagrange表示を用いる。ポテンシャルの一次微分により、釣合方程式は一般に、次式となる。

$$\{K\}\{q\} = \{P\} - \{Q^*(q)\} \quad \text{—————(1)}$$

ここに、 $\{K\}$; 線形剛性マトリックス

$\{q\}$; 一般化変位

$\{P\}$; 外力による一般化力

$\{Q^*(q)\}$; 幾何学的非線形による一般化力

(1)式を解くための解析手法を分類するために 次式で定義される、不釣合力を用いる。

$$\{f\} = -\{K\}\{q\} + \{P\} - \{Q^*(q)\} \quad \text{—————(2)}$$

幾何学的非線形問題の解析手法は 上記の $\{f\}$ の評価により、次の3つに分類される。

1. $\{f\} = \{0\}$

これは $\{f\} = \{0\}$ で与えられる非線形連立代数方程式を 一種の反復計算によって その根を求める方法で、代数学で知られる、ニュートンラプソン法、修正ニュートンラプソン法、逐次近似法等があるが、正確な解は得られるが、計算時間が長くなる。

2. $\{\dot{f}\} = \{0\}$

これは(2)式をあるパラメーターで微分して そのパラメーターに対する誤差速度を $\{0\}$

とする方法で、要するに解くべき方程式は 微分方程式の形で与えられるので、微分方程式を解くいろいろな手法(数々の差分近似法、予測子修正子法、ルンゲ・クッタ法etc)を適用することにより解け、また初期値のみを与えることにより、荷重-変位曲線の追跡が行なえるという利点がある。又、摂動法もこの種の解法に属する。しかし何らかの形による線形近似計算のため、演算回数が増加するに従って、誤差が増大してゆく傾向がありまた 初期値の代入誤差も修正されない。

3. $\{f\} + Z\{f\} = \{0\}$

これは 上記の欠点を改良するために、誤差が自動的に修正されていくよう、拡大係数 Z を用いるもので、自己修正型初期値法と呼ばれる手法である。

$\{f\} + Z\{f\} = \{0\}$ という式の考察により この方法に於ては ある増分 ΔP と拡大係数の積 $Z \cdot \Delta P$ が $|Z \cdot \Delta P| < 1$ であればよいという式が導かれるが、本数値実験では、いかなる値が適当であるのかについて考察を加える。

4. 解析手法の一つの提案

(1) 式を解くために 摂動法が適用されるが、摂動法では 計算を進めるうち 誤差が増大し、また正しい初期値を与えなければならない。この欠点を改良するために、摂動法に改良を加え、不釣合カ f の増分 Δf が 拡大係数 Z により修正されていくように、次式を用いる。
 $\Delta f + Z \Delta f_0 = 0$ これによれば 従来の摂動法では、微分係数を $\dot{f} = 0$ $\ddot{f} = 0$ より求めていたが、新しい方法によれば $\dot{f} + Z\dot{f} = 0$ $\ddot{f} = 0$ より求めることになる。

III. 数値実験結果

3種類のモデルについて 数値実験を行、た結果 $\{f\} + Z\{f\} = \{0\}$ 法はかなり有効な手法であり、 $Z \cdot \Delta P$ は 0.5~1.2であればよい結果が得られた。

また 提案した方法によれば、 $\frac{\|f\|}{\|f_0\|} = \frac{\|f_0 + \Delta f\|}{\|f_0\|} < \delta$ とすれば、 $1 - \delta < ZE < 1 + \delta$ となり、 ZE が 1 に近ければ 右図に一例を示すように、従来の摂動法より、よい結果が得られた。

IV. おわりに

本数値実験では、数々の解析手法が適用されたが各モデルに対する、解法の総合的評価については、当日とりまとめて、発表する。

