

信頼性理論に基づく剛節骨組の最適設計に関する一考察

京都大学 正員 白石 成人

京都大学 正員 谷口 健男

京都大学 正員 古田 均

1. まえがき

前回、不静定構造物の破壊確率を求める近似式およびその剛節骨組の最適設計への適用例を示した。^{1,2)}しかし、構造物が非常に多くの破壊モードを有する場合、個々のモードの破壊確率、その相関を求めるのにかなりの計算が必要となる。解析段階では問題がないとしても、設計に組み入れると最適化過程で何回も用いられるので、たとえ近似法といえどもその直接の導入は計算時間の点で問題が生じる。これに対し、E.H. Vanmarcke³⁾は分割の概念を用い少ないモードで安全側の解を求める方法を提案しているが、解の収束性および基本となるモードとしていくつのモードをとるべきかという問題が存在する。本研究では各設計段階で許容破壊レベルを修正し、これを強制的に収束させることで解の収束性の改善を図る。また剛節骨組の例題に適用することにより、必要な基本モードの数を探る。

2. 破壊確率算定式および設計の定式化

いま構造物が n 個の破壊モードをもつとすると、その全体破壊確率 P_f は近似的に(1)式で表わされる。

$$P_f = \sum_{i=1}^n P_r[F_i] - \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \text{Max} \{ P_r[F_i \cap F_{j+1}] \} \quad (1)$$

ここで、 $P_r[F]$ はその事象の起こる確率、 F_i は i 番目の破壊事象を示す。

この時、設計は次のように定式化される。

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & W(X) & W(X): \text{目的関数 (重量、費用)} \\ \text{subject to} \quad & P_f(X) \leq P_{fa} & X: \text{設計変数} \quad P_{fa}: \text{許容破壊レベル} \end{aligned} \quad (2)$$

3. 分割手法に基づく近似設計法

一般に確率論に基づく設計においては、全ての制約式が解に影響するわけではなく active なものともうでないものに分けられる。確率論でも全てのモードが支配的であるわけではない。Vanmarcke は全モードを Basic と Nonbasic に分類している。しかし、個々のモードはたとえその影響は小さくとも全体の破壊確率に何らかの寄与をするので、Nonbasic Mode を無視することは危険な設計を手えることになる。いま、Nonbasic なモードは互いに独立と仮定すると P_f は次のような範囲に存在することになる。

$$P_r[F_0] \leq P_f \leq P_r[F_0] + \sum_{i=1}^m P_r[F_i] \quad (3)$$

ここで、 F_0 : 少なくとも Basic Mode の 1 つで破壊するという事象 m : Basic Mode の数

(3) 式の上界を手える式を用いると安全側の値は求まるが、全てのモードの破壊確率を求める必要があり、まだ計算時間の面から不十分である。そこで Vanmarcke は次のような反復設計法を提案している。すなわち、まず Basic Mode のみで設計を行ない順次全体解析を行なうことによりその基本モードを入れかえて新しい設計を行なっていくというものである。

$$\begin{aligned} \text{Minimize} \quad & W(X) \\ \text{subject to} \quad & P_f \leq P_{fi} - P_f' \end{aligned} \quad (4)$$

ここで P_f は前の段階で求めた設計変数を用いた場合の破壊確率と許容破壊レベルの差で

あり(4)式により安全側の解を各段階で発生させていく。しかし、支配的なモードが採られるに基本モードより多い場合良い近似解が求まる保証はなく、何回この操作を行えばよいかなど収束性に問題がある。そこで本研究では、許容破壊レベルを *modification factor* α を乗ずることにより短時に収束させ解の収束性の改善を図る。また基本モードの数は固定せず設計の改善が行われぬ場合は自動的に新しいモードを追加していく。以下その手順を示す。(図1のフローチャート参照)

Step 1. 基本モードとして設計変数の数を取り与えられ
に許容破壊レベルで設計を行なう。

Step 2. Step 1の結果を用い全解析を行なうことにより P_f を求め新しい基本モードを選ぶ。

Step 3. 許容破壊レベルを修正し新しい基本モードを用い設計を行なう。

$$\text{Minimize } W(X) \quad (5)$$

$$\text{Subject to } P_f [F_b^{(2)}] \leq P_{fa}^{(1)}$$

ここで $P_{fa}^{(2)}$ は修正された許容レベルで式(1)より求まる。
 $P_{fa}^{(2)} = P_{fa}^{(1)} \cdot \alpha^{(1)} \cdot \alpha^{(2)} \dots \alpha^{(i-1)}$ (6)

$$\alpha^{(2)} = P_{fa}^{(2)} / P_f^{(2)}$$

Step 4. もし解が改善されぬば新しい基本モードを追加。改善が行われれば基本モードの入れかえのみを行なう。

Step 5. Step 3, Step 4 を解が収束するまで繰返す。

4. 数値計算結果

2層1スパンの剛節骨組の数値計算を表1に示す。(5)式を用いた場合、全てのモードを考慮した場合に比して計算時間は短縮されているが0.1%重い解が得られている。Vanmarcke, 本方法とも各設計変数の値は正解に比べ多少異なるが重量的には非常に近い値を示している。また本方法によればより少ない数の基本モードで良い結果が得られた。また、Vanmarckeの解と(6)式による解を比較すると後者は重量は大であるのにその破壊確率は大である。このことからこのような制約条件式が1個の最適化問題は明確な最適点をもたず、許容破壊レベルの値に非常に敏感であることがわかる。(計算は京大計算機センター FACOM 230-75 利用。詳細は当日発表)

5. 結論およびおわりに

多くの破壊モードを持つ構造物に対し、分割手法に基づく近似設計手法を提案した。制約条件が1つに集約されるという性質を利用することにより少ないモードを解析で考慮することにより安全側の解が得られ計算時間の短縮も可能であることがわかった。

- 参考文献 1) 白石, 石田, 里水, “非静定構造物の信頼性推定に関する基礎的研究”, 昭51 関西支部講演概要
2) 石田, 石田, 里水, “剛節骨組の最適設計に関する一考察”, 第31回年次講演概要集 昭51
3) E.H. Vanmarcke, “Matrix Formulation of Reliability Analysis and Reliability-Based Design,” J. of Comp. & Str. Vol.6, 1971

Fig. 1 FLOW-CHART : ITERATIVE DESIGN SCHEME

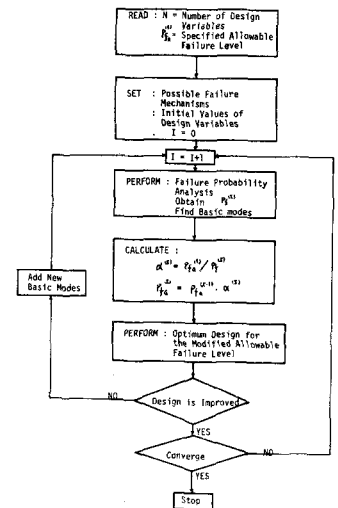


表1. 2層1スパンの数値計算結果

	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	目的関数値	破壊確率	計算時間
作成モード解	71.69	40.79	67.25	64.93	48,932	0.009925	150 sec.
Vanmarckeの解	79.52	38.98	66.30	65.53	49,060	0.009958	120 sec.
Vanmarckeの解	72.07	40.42	66.91	65.49	48,978	0.009938	20 sec./個
本方法の解	75.57	40.89	64.33	65.93	48,994	0.009930	118 sec.

X₁: 設計変数 許容破壊確率 P_{fa} = 0.01