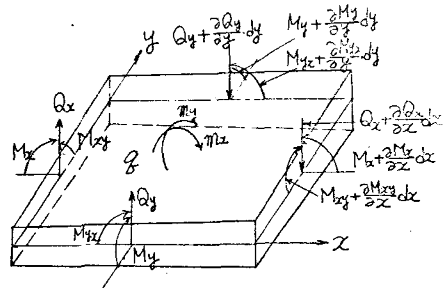
変断面板の一数値解析

大阪工業大学　正員　岡村宏一
東洋技研コンサルタント　正員　島田　功
東洋技研コンサルタント　正員○小川　清

1．まえがき：　曲げ剛度が連続的に変化する変厚板の曲げ問題については、多くの研究例がある。[1,2]　ところで、筆者はすでに、等方性体をベースにし、剛度変化等を偏倚量としてあつかう1つの数値解法を発表した。[3]　本報告は、この方法を剛度変化する板に適用したものである。

2．板の基礎式：　変剛度板の基礎式は、図－1のつりあい条件より、(1)式のように与えることができる。



図－1

$$D_0(\Delta\Delta w)=\frac{D_0}{D}\left(q-\frac{\partial m_x}{\partial x}-\frac{\partial m_y}{\partial y}\right)+D_0\left\{\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{M_x}{D^2}\cdot\frac{\partial D}{\partial x}\right)+\frac{1}{D^2}\frac{\partial D}{\partial x}\left(V_x+m_x\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{M_y}{D^2}\cdot\frac{\partial D}{\partial y}\right)+\frac{1}{D^2}\frac{\partial D}{\partial y}\left(V_y+m_y\right)+2M_{xy}\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}\left(\frac{1}{D}\right)\right\} \quad \text{———(1)}$$

ただし、Dは板の曲げ剛度であり、D_0はその基準剛度

(1)式において、右辺才2項以下が、剛度変化に従属する項であるが、基準剛度D_0の板に作用する荷重(q, m)と同じ性質を持つものとみなすことができる。　これらの項において、最後の項は、x, y方向の変化に従属し、剛度が階段変化する場合に隅角部に働く集中力を表わしている。　板の剛度が(2)式で示すように、x方向に階段状に変化する場合(1)式は(2)式のようになる。

$$D=D_0+\Delta D\cdot u(x_1)-\Delta D\cdot u(x_2) \quad \text{———(2)}$$

$$D_0(\Delta\Delta w)=\frac{D_0}{D}\cdot q+\frac{D_0}{D^2}\frac{\partial D}{\partial x}\cdot V_x+\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{D_0}{D^2}\cdot\frac{\partial D}{\partial x}\cdot M_x\right) \quad \text{———(3)}$$

したがって(3)式の右辺才2項、才3項は剛度変化部分で次の線荷重$\overline{P}$，線モーメント$\overline{M}$を受ける基準剛度D_0の板とみなされる。　すなわち、板の剛度が急変する部分でも、V_x，M_xが連続であることより、次式のように積分することができる。

$$\left.\begin{aligned}\overline{P}&=\int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon}\frac{D_0}{D^2}\frac{\partial D}{\partial x}V_x\cdot dx=\frac{\Delta D}{(D_0+\Delta D)}\cdot V_x\\ \overline{M}&=-\int_{x-\varepsilon}^{x+\varepsilon}\frac{D_0}{D^2}\frac{\partial D}{\partial x}\cdot M_x\cdot dx=-\frac{\Delta D}{(D_0+\Delta D)}\cdot M_x\end{aligned}\right\} \quad \text{———(4)}$$

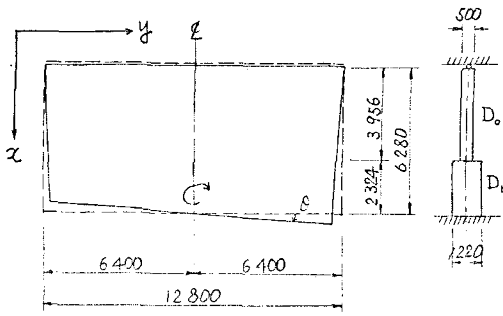
したがって、板の基礎式は　$D_0(\Delta\Delta w) = \bar{q} + \bar{P} - \frac{\partial \bar{M}}{\partial x}$ ——(5)

ただし、$\bar{q} = \frac{D_0}{D} q$

3．計算例：　図−2に示すような1つの剛度変化を有する矩形板にねじり回転角を与えた例題について計算し、剛度変化のない場合と比較した。

case 1　剛度変化のある場合（図−2）

case 2　剛度変化のない場合（剛度 $\bar{D}$）



図−2

ねじり回転角　$\theta = 1.0 \times 10^{-3}$ rad

弾性係数　$E_c = 2.7 \times 10^6$ t/m²

ポアソン比　$\nu = 1/6$

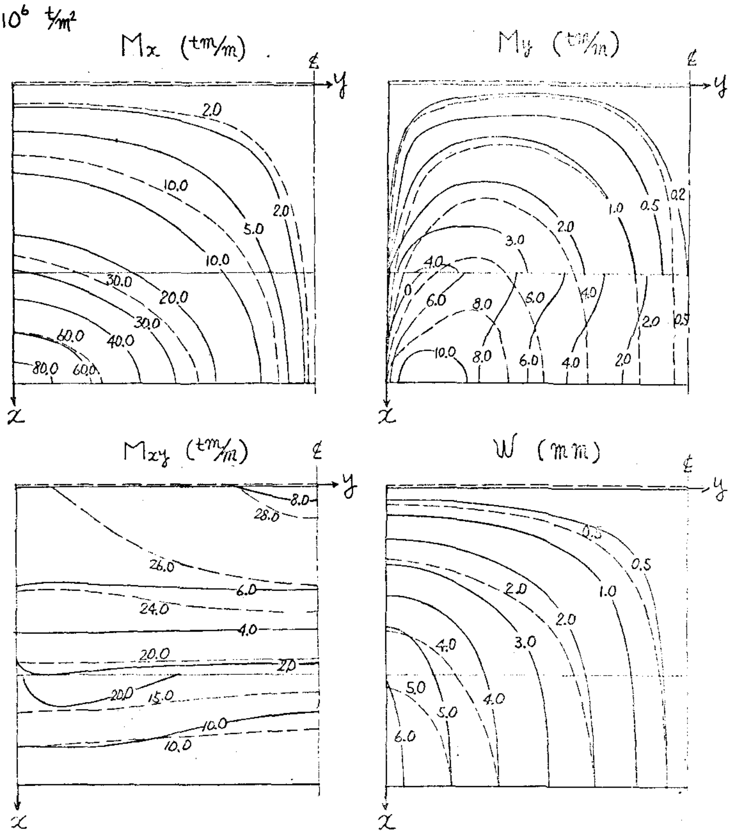
剛度

$D_0 = 2.89 \times 10^4$ tm

$D_1 = 42.02 \times 10^4$ tm

$\bar{D} = 14.72 \times 10^4$ tm

4．むすび：　本解析法は、微分方程式の1つの解法であるが、計算例に示したような階段状に剛度が変化する問題では、剛度の変化する部分にのみ物理量を与えることになり、選点法を用いる場合に連立の元数を最小限におさえることができる。



図−3　case 1 ———，case 2 - - - - -

1)　倉田，谷平；変厚四辺形板の曲げ解析，土木学会論文報告集，No.195，PP.37〜46，1971

2)　中川；4辺単純支持変厚板の曲げたわみに関する研究，土木学会論文報告集，No.249，PP.21〜27，1976

3)　岡村，島田；不均質3次元体の数値解法に関する考察，土木学会年次大会概要I，S.50