

切欠応力集中に及ぼす3次元効果について

京都大学工学部 正員 小林昭一
京都大学大学院 学生員 西村直志

1. はじめに

切欠あるいはクラックの応力集中は、破壊との関連に於いて極めて重要である。本研究は、積分方程式法により、3次元の表面切欠周囲の応力ならびに変形状態を解析し、特に3次元効果に重点を置いて検討したものである。

2. 積分方程式の数値解法

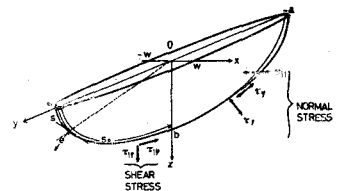
線形弾性問題の積分表示としては、Somigliana の式が良く知られているが、我々の扱う問題に於いては、次の1重層ポテンシアルによる定式化が都合が良い。

$u_i(x) = \varphi_i(x)/2 + v.p. \int_{\partial D} \varphi_j(y) T_{ij}(x; y) ds \quad x, y \in \partial D \quad (1)$ ここに、 u_i は考える弾性体Dの境界 ∂D に於ける表面力(Traction), T_{ij} は素解に対応する表面力であり、 φ_j は未知の密度である。またv.p.は主値を意味し、Einstein 規約が用いられている。 φ が求まれば、任意の点の応力、変位は、それぞれ

$u_i(x) = \int_{\partial D} \varphi_j(y) Z_{ijk}(x; y) ds, \quad u_i = \int_{\partial D} \varphi_j(y) U_{ij}(x; y) ds, \quad x \in \bar{D}, y \in \partial D \quad (2)$ となる。ここに Z_{ijk} , U_{ij} は、それぞれ素解に対応する応力、変位である。ところで素解と述べたものは、D中に1個の集中荷重の作用した状態の解でよい。従ってKelvin解やMindlin解を用いる事ができる。

さて、数値解析に於いては、 φ を適当な形状関数で近似して離散化する。(1)式は、

$u_i(x^k) = \varphi_i^k/2 + \sum_{l=1}^n \varphi_l^k \cdot v.p. \int_{\partial D} \varphi_j^l(y) T_{ij}(x^k; y) ds, \quad k=1, n, i=1, 3 \quad (3)$ となる。ここに n は代表点の数、 φ^k は形状関数、 x^k は代表点であり、 φ_j^l ($l=1, n, j=1, 3$) に関する $3n$ 元連立方程式になる。応力境界値問題では(3)を解けば同様な手法を(2)に用いて、 σ, u が求まる。



SHAPE OF CRACK
AND STRESS COMPONENTS

3. 解析例

図1に、解析した切欠を示した。 $x-y$ 平面内に無限遠で一様応力を受ける場合について解析する。パラメータとしてPoisson比、及び切欠の長さ、厚さを変化させた。数値計算には積分核としてMindlin解を用い、Kelvin解の部分は厳密に積分し、補正項はGauss積分を用いた。形状関数は定数である。

1) 精度のチェック

上記の問題の特別な場合として、半球状切欠が無限遠で等方応力($\sigma_{11} = \sigma_{22} = 1$)を受ける場

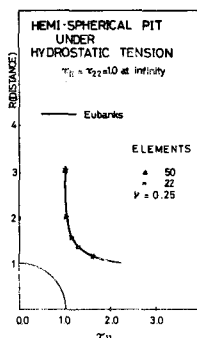


図2

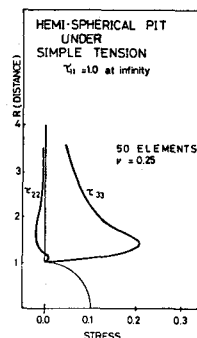


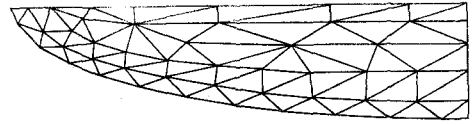
図3

図1

合(図2)及び、単純引張($\sigma_0 = 1$)を受ける場合(図3)を解析した。図2の場合はEubanksの解があるが、十分な精度が出ている事がわかる。

2) 表面クラック周辺の応力分布

図4の分割(77要素, 全体で308)を用いて、自由表面に鋭い楕円体状の切欠(以下クラックと呼ぶ)がある場合について解析した。図5はクラック長さ b/a に及ぼす影響を示しており、円形クラックでは表面効果がはっきりと現



DIVISION
(77 ELEMENTS)

図4

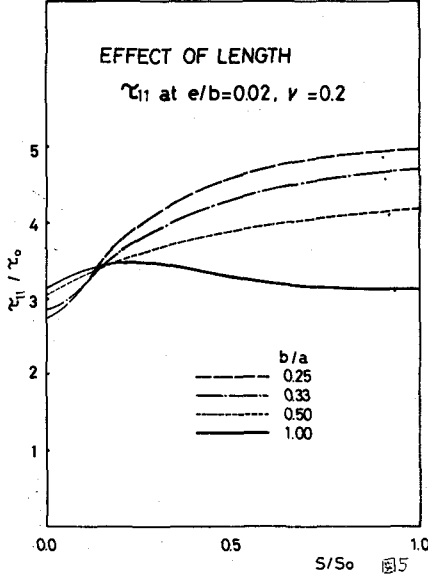


図5

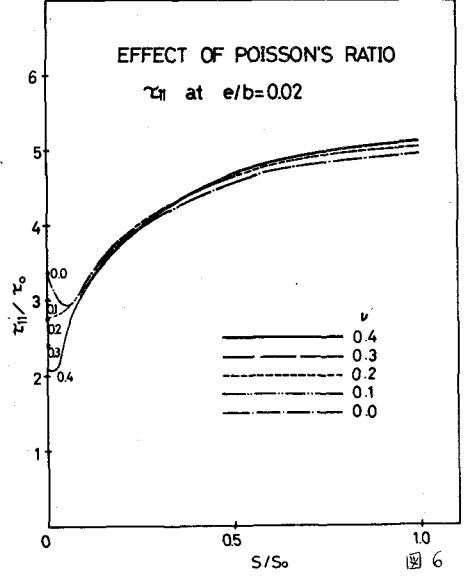


図6

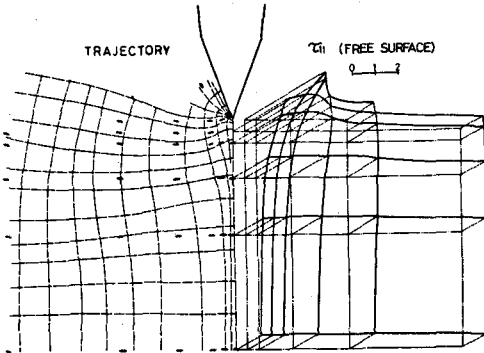


図7

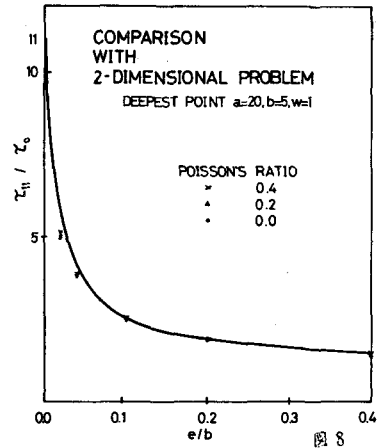


図8

れている。図6は同じ応力にPoisson比が及ぼす影響を示している。自由面ではPoisson比の効果が大きいが、それ以外ではあまり影響を受けぬ事がわかる。図7は自由面での τ_{II} 及び主応力方向を示している。クラック軸の延長方向はきわめて応力集中が局所的であり、クラックチップ以外ではある角度を持った方向に最大値が現れる。図8はクラック中央部の τ_{II} を、対応する2次元問題(楕円孔)と比較したものであり、ある程度の長さのクラックでは、良好な2次元近似が可能である事がわかる。その他の結果については、当日発表する。