

異方性板の三次元解析

大阪工業大学

正員 岡村 宏一

東洋技研 コンサルタント 株

正員 島田 功

1. まえがき; 集中力問題の素解は種々の問題に応用することができ、3次元問題への応用として、例えば“Mindlin解等の素解を用いた Integral Method¹⁾、表面荷重の解を Integral に重ね合せ、工費調整する手法²⁾等があげられる。筆者は、すでに内部に集中力を受ける半無限異方性体(軸対称異方性体)の解を報告した³⁾。本報告は、この手法をさらに発展させ、鏡像の原理を板の上下面に適用し、自由面を作る手法と、その解析例を示したものである。

2. 解法: 集中力を受ける半無限体の解は、図-1(a)に示すように、無限体の解と、自由面に対し設けた3つの虚像点と、特異点を持つ解を重ね合わせることにより得られる。すなわち、軸対称異方性体においては、1つの実像点に対して、3つの虚像点を設けることにより1つの自由面を作ることができる。以下、この方法を用いた板の解法について示す。まず、荷重を含む半無限体の解を特解として与え、図-2における、F₁面を自由にする。次にF₂面を自由面にするため、前の特異点に対するF₂面の虚像点を設け、F₂面を自由面とする解を与える。この解により、F₁面は乱される。再び、F₁面2つの虚像点を設け、F₁面を自由にする。このように、1つの面を自由にするために設けた特異点による他面への乱れを打消す過程を図-1(b),(c)に示すように板の上下面で、交互に繰返す。これらの過程で、特異点は板から、次第に離れ行き、板内の応力値を収束させることができる。

3. 計算例; ここでは、図-2に示すスパン l の帯状板を、スパン方向に l の距離を h だけ2つ逆向きに力を加える方法により、解析した。本計算では、3 l の距離まで、

$$Y_1 = \{A_{55} + P_1(A_{13} + A_{55})\} / A_{11}, \quad Y_2 = \{A_{55} + P_2(A_{13} + A_{55})\} / A_{11}$$

$$P_1, P_2 = \frac{1}{2A_{55}(A_{13} + A_{55})} \{A_{11}A_{13} - A_{11}^2 \pm \sqrt{(A_{11}A_{13} - A_{11}^2)^2 + 4(A_{11}A_{13} - A_{11}^2)(A_{13} + A_{55})A_{55}}\} - 1$$

ただし $A_{11}, A_{13}, A_{44}, A_{55}, A_{55}$; 異方性体の弾性定数

図-1

1) 例1²⁾ 岡村, 島田; 3次元問題の一般値解法とその応用, 土木学会論文報告集, No. 199, 1972

2) 例2³⁾ 谷平, 倉田; 弾性体の応力解析に対する一般値解法, 第3回 土木学会講演概要 I, S. 50

3) 岡村, 島田; 内部に集中力を受ける半無限異方性体の解析解, 第3回 土木学会講演概要 I, S. 51

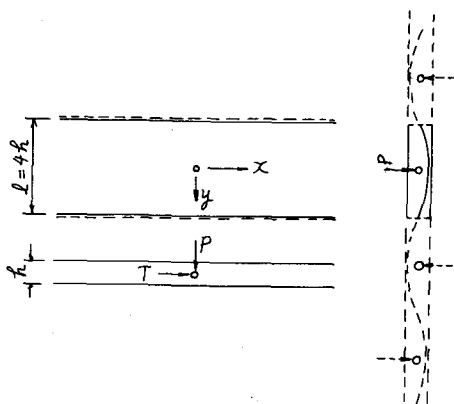


図-2

力を作用させた結果であるが、境界では、十分な精度で単純支持の条件を満足している。図-3

は、板中央に鉛直力 P が作用した時の応力分布を 3 種類の水平-垂直方向のヤング率比に対して示したもので、直応力に対し、異方性の影響が顕著

である。また、断面②、⑤は、荷重位置より、板厚を離れた断面であるが、水平方向のヤング率が大

きくなるほどその分布はなお非線形な分布を呈している。図-4 は水平力が作用した場合について、前と同様に示したものである。鉛直荷重の場合と同様に $n = E_x/E_y$ が大きくなると、断面⑤において

も応力は非線形な分布を呈する。4. むすび; 本解析では、特異点が無限にあらわれることになるが、本計算例の $n = E_x/E_y = 4, 0.25$ の場合、6 回の Iteration で収束値を与えることができた。また、等方性に近い、

$n = 1.25$ では、3 回の板上下面の調整で収束値を得た。この方法は、代数解で与えられる基本解をベースにしたものであり、本計算例のように、数回の Iteration で十分な問題では、有用である。

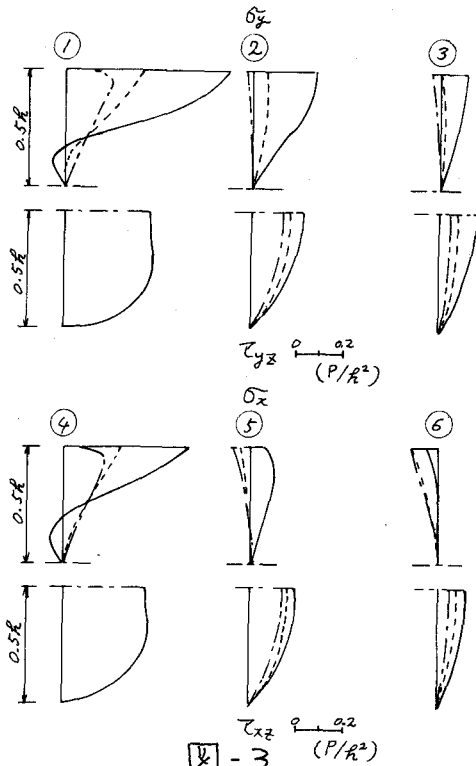
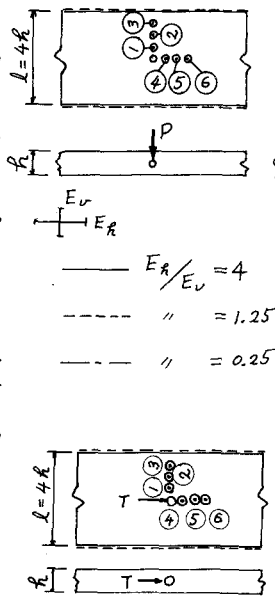


図-3

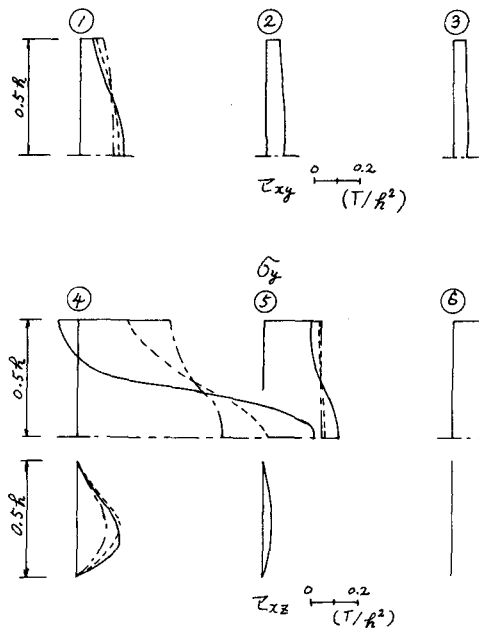


図-4