応力分配法と積分法の併用による3次元弾性問題の解析

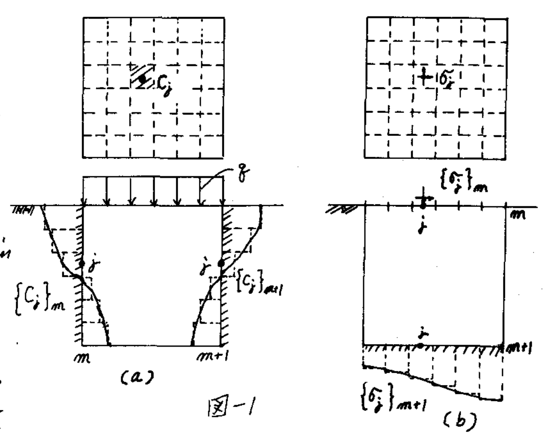
大阪工業大学　正員　○岡村宏一
東洋技研コンサルタント　正員　島田功

1. まえがき：　筆者はここ数年来，境界選点法，ならびに内部選点法を用いた積分法に属する1解法によって種々の3次元問題を扱ってきた。この種の解法は素解として解析解を用いるので，より有用な素解の開発と相まって未知量を制約し精度を高めうる可能性を持っている。しかしながら比較的簡単な形態を持つ構造を扱う場合はともかく，複数個の部材が結合し，多くの境界面を持つようなより複雑な構造を扱う場合には，3次元問題に特有の障害：　未知量の著しい増大や特異点の処理，あるいはそれらにともなう精度の問題を解決することが困難になってくる。一方，3次元問題の数値実験においては，一般にパラメータが多様になり，解析途上で工学的な判断を要求される場合も多い。したがって，最近急速に普及してきた小形計算機を用いて解析できればより実用的であろうと思われる。　このような観点に立って今回は初期的なデータではあるが，応力分配法と積分法を併用した1つの解法による3次元問題の解析例について報告する。

さて，ラーメンの解法の1種である固定モーメント法は，たわみ角法による多元連立方程式の物理的意義を与えたイテラチオンによる計算方式として広く知られているが，3次元問題を対象にする本解法も，固定モーメント法と同様にイテラチオン方式の利点を追求することになる。ただ本解法の場合，前述のような3次元解析における隘路を克服するための若干の問題点，たとえば解析解（素解）を用いた比較的大形の3次元要素をどの程度まで利用すれば有利であるか（有用な素解の開発も含まれる），実用上容認される精度の範囲内での特異点の処理，工学的な判断による1次元，あるいは2次元要素の挿入法などの諸点について検討を重ねる必要がある。

2. 解法と解析データ

本解法では前述のように解析解を利用した比較的大形の要素を用いる。要素として1～5の固定面を持った直方体を考える。図－1に示すものは本文の解析例に用いた要素で，Boussinesq，Cerrutiの解を特解とし，Mindlin解を用いた積分法により半無限体より切り出したものである。ここで，図－1(a)に示すものは，表面に荷重(q)を受け，相対2面(m，$m+1$)が固定，他の面が自由な直方体の要素である。ここで，固定面は図のように有限な小領域に分割され，それぞれの領域の中心に選点(j)をとる。またこの領域における応力成分$\{C_j\}$は，平均値によって評価される。$\{C_j\}$はたわみ角法における固定モーメントに相



図－1

当するものである。つぎに同図(b)に示す要素は，面$(m+1)$のみを固定し，表面(m)に3方向の力$\{\sigma_j\}_m$を受け，他のすべての面は自由である。m, $m+1$の2面についても分割を行ない，それぞれの選点(j)に作用する応力成分はその領域における平均値によって与える。

つぎに図-2を参照して要素(I, II)の接合について述べる。要素IIは荷重(q)を受けており，接着面(m)の各選点に図-1(a)の要素から定まる固定応力$\{C_{II}\}_m$が与えられる。いま面(m)の変位成分$\{\delta\}$を図-1(b)の要素に対応させて定めると

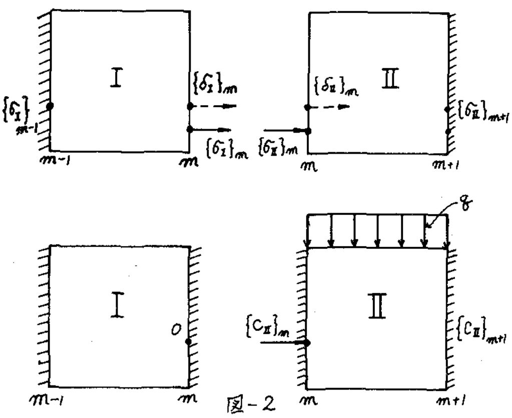


図-2

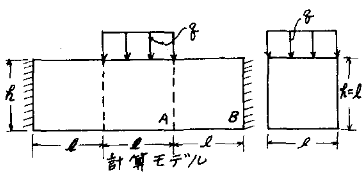
$$\{\delta\}=[\alpha]\{\sigma\} \quad \text{および} \quad \{\sigma\}=[\beta]\{\delta\}$$

応力分配は，m以外のすべての接着面を固定したとき

$$\{\sigma_I\}_m+\{\sigma_{II}\}_m=[\beta_I]\{\delta_I\}_m+[\beta_{II}]\{\delta_{II}\}_m=-\{C_{II}\}_m$$

さらに$\{\delta\}$の連続により

$$\{\sigma_I\}_m=-[\beta_I][\beta_I+\beta_{II}]^{-1}\{C_{II}\}_m=[\kappa_I]\{C_{II}\}_m$$
$$\{\sigma_{II}\}_m=-[\beta_{II}][\beta_I+\beta_{II}]^{-1}\{C_{II}\}_m=[\kappa_{II}]\{C_{II}\}_m$$



ここで$[\kappa]$は分配率である。
さらに，図-1.(b)の要素によって固定応力

$$\{\sigma_I\}_{m-1}=[\mu_I]\{\sigma_I\}_m$$
$$\{\sigma_{II}\}_{m+1}=[\mu_{II}]\{\sigma_{II}\}_m$$

が与えられる。$[\mu]$は到達率である。このようにして面(m)の第1回の解除が行なわれ，他の面の固定応力が修正される。それ以後の手順は固定モーメント法の場合と同様である。

図-3は，図-1の要素を用いた例題であるが，接着面の応力は数回の操作で収束している。そのほかのデータについては講演時に説明する。

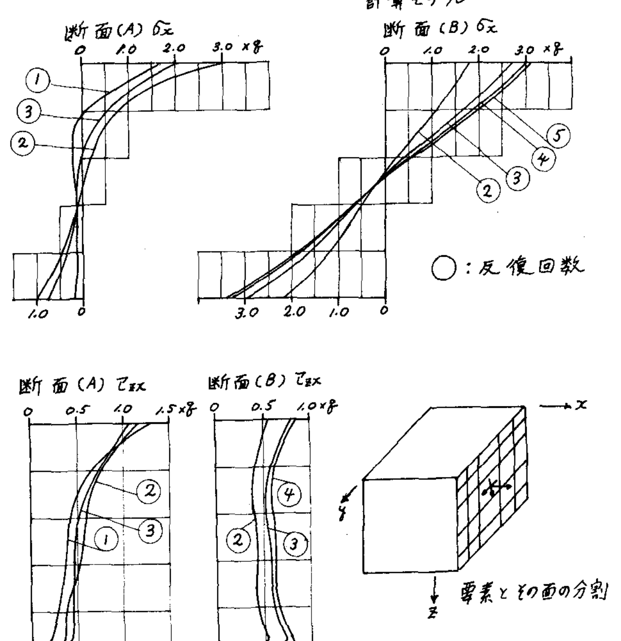


図-3