

鋼・コンクリート合成板の三次元応力解析(続)

大阪市立大学 学生員 ○廣瀬 清泰

大阪市立大学 正員 堀川都志雄

大阪市立大学 正員 園田恵一郎

1. はしぎき; 鋼・コンクリート合成構造物は、補強あるいは補修等を始め、多方面で実用化が見られるようになった。しかしながら、合成構造においては、異質な材料が一体化され、所望の強度を得るために、接合面に生ずる応力が完全に伝達されなければならない。

したがって、力学的問題の一つとして、接合面内の付着応力の伝達特性(応力状態)の解明がある。このような応力の伝達特性を論ずるには、基本的に三次元解析が必要となる。

本研究では、四辺単純支持された積層板に関する既発表¹⁾の研究に引続き、相対2辺単純支持、他の2辺は自由な積層板の応力解析を行なった。境界条件は、Reissner理論によるもの²⁾を採用した。

2. 解析方法;

解析は図-1に示される矩形板で、座標は図示のように選ぶ。境界条件は、 $y=0, b$ の辺上で自由とし、 $x=0, a$ で単純支持とする。

求める解は、I. 特解、II. 補足解とにより構成される。特解は、三次元弾性論に基づく厚板理論により得られる、全周単純支持された板の解であり、補足解は、境界条件を満たすように、Reissner理論の同次解を用いる。

I. 特解; 各層に対して、変位は次のように表わされる(紙面の都合により変位 u のみを示す)。

$$u_i = -\frac{1}{D_i} \frac{h_i^3}{12(1-\nu_i)} \sum_m \sum_n \left\{ C_1^i \operatorname{ch} r z_i + C_2^i \operatorname{sh} r z_i + C_3^i \left\{ r z_i \cdot \operatorname{ch} r z_i + \operatorname{sh} r z_i \right\} + C_4^i \left\{ r z_i \cdot \operatorname{sh} r z_i + \operatorname{ch} r z_i \right\} \right. \\ \left. + \frac{2\beta_n}{\alpha_m r} \left\{ C_5^i \operatorname{sh} r z_i + C_6^i \operatorname{ch} r z_i \right\} \right\} \alpha_m x \cdot \cos \alpha_m x \cdot \sin \beta_n y \quad \text{--- (1)}$$

ここに、 i : i 層目を示す添字、 D_i : 板剛度、 ν_i : ポアソン比、 h_i : 板厚

$$\alpha_m = m\pi/a, \quad \beta_n = n\pi/b, \quad r^2 = \alpha_m^2 + \beta_n^2, \quad \operatorname{sh} r z_i = \sinh r z_i, \quad \operatorname{ch} r z_i = \cosh r z_i$$

$C_1^i \sim C_6^i$ は i 層目の上下面の境界条件から決定される。したがって、変位の連続条件(接合面で変位 u_i, v_i, w_i は完全に連続するものとする)から接合面の応力が定められれば上式の $C_1^i \sim C_6^i$ は決定される。

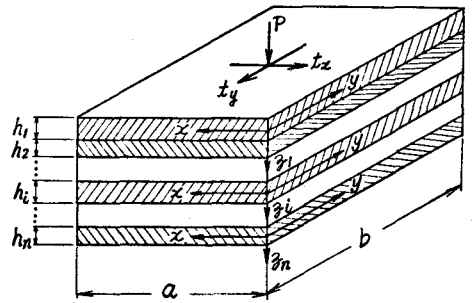


図-1

1) 園田, 堀川, 廣瀬 「鋼・コンクリート合成板の三次元応力解析」 第31回年次学術講演会

2) 倉田, 堀川 「厚板の解析における Reissner 理論の改良」 第29回年次学術講演会

II. 補足解: Reissner 理論による曲げ問題と引張りの問題に対して次式が与えられる。

$$D \cdot \Delta \Delta W = 0, \quad \psi - \frac{h^2}{10} \Delta \psi = 0, \quad \Delta \Delta \phi = 0 \quad \text{--- (2)}$$

ここに、 $h = \sum_{i=1}^n h_i$, D : 積層板の板剛度, $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$, W : 板中央面のたわみ, ψ : セン断力による応力関数, ϕ : 板中央面の変位 u, v に対する二次元の Galerkin-Vector の成分。変位を ψ, ϕ で表わせば、

$$2G U = 2(1-\nu_0) \Delta \phi - (1-\nu_0^2) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}, \quad 2G V = -(1-\nu_0^2) \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y}, \quad G = \frac{E_0}{2(1+\nu_0)} \quad \text{--- (3)}$$

ここに、 E_0, ν_0 はそれぞれ基準とするヤング率とポアソン比

また、関数 W, ψ, ϕ と断面力との関係は、次式のように与えられる。

$$\left. \begin{aligned} M_x &= -D \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) + \frac{h^2}{5(1-\nu)} \left(\frac{\partial Q_x}{\partial x} + \nu \frac{\partial Q_y}{\partial y} \right), \quad Q_x = \frac{\partial \psi}{\partial y} - D \frac{\partial \Delta W}{\partial x} \\ N_x &= (1-\nu) h \cdot \left[2 \frac{\partial \Delta \phi}{\partial x} + \nu \frac{\partial^3 \phi}{\partial x \partial y^2} - \frac{\partial^3 \phi}{\partial x^3} \right] \end{aligned} \right\} \quad \text{--- (4)}$$

M_y, M_{xy}, Q_y, N_y 等は、上式で x と y を入れ換えることにより得られる。

境界条件式は、合成板としての断面力を用いて、上記の特解および補足解を重ねることにより次のように示される。

$$\sum_{i=1}^n (M_y^i + N_y^i \cdot e^i) + M_y^c = 0, \quad \sum_{i=1}^n (M_{xy}^i + N_{xy}^i \cdot e^i) + M_{xy}^c = 0, \quad \sum_{i=1}^n Q_y^i + Q_y^c = 0, \quad \sum_{i=1}^n N_y^i + N_y^c = 0, \quad \sum_{i=1}^n N_{xy}^i + N_{xy}^c = 0 \quad (5)$$

ここに、添字 i は特解における i 層目のものを、 c は補足解によるものを表わし、 e^i は合成断面図心から i 層目の板の中央面までの距離とする。

3. 数値計算例; 図-2 に示される 2 層の板より成る積層板について行なった。

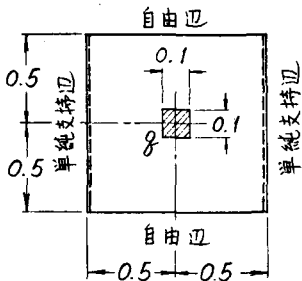
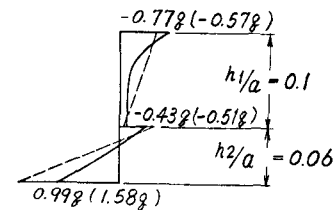
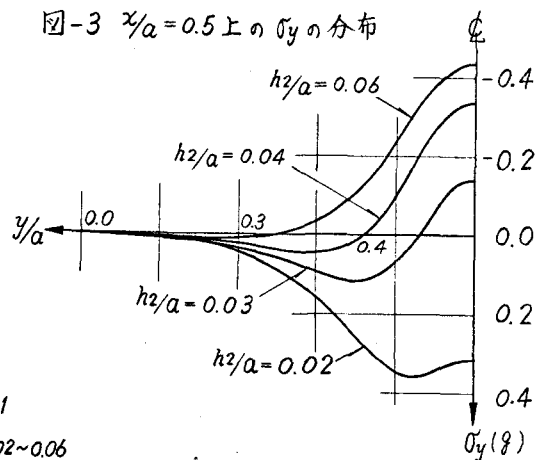


図-2

各諸元;

$$\begin{aligned} h_1/a &= 0.1 \\ h_2/a &= 0.02 \sim 0.06 \\ \nu_1 &= 1/6 \\ \nu_2 &= 0.3 \\ E_2/E_1 &= 7 \\ b/a &= 1.0 \end{aligned}$$

図-3 $x/a = 0.5$ 上の σ_y の分布



--- および () 内は 薄板理論によるもの。

図-4 板中央での σ_y の分布

4. あとがき; 本研究は、同様にして固定辺などの境界を有する合成板にも適用できる。また、数値結果より、薄板理論によるものと差異が見られる。