最適ネットワーク形成に関する一考察

大阪市立大学工学部　正員　西村 昂
大阪市立大学大学院　学生員　○日野泰雄

1．はじめに

一般に最適ネットワーク問題とは、さまざまの評価要因を組み合わせ、ある制約条件のもとで目的関数の最適化（最小化あるいは最大化）を計り、それとともに、その過程を論じるものである。そこで、本稿では、従来あまり研究されていなかった数理計画によるアプローチを試み、同時にシミュレーションとの差異などについても考察した。

2．ネットワーク問題と数理計画

ネットワーク問題に応用される数理計画法として、線型計画法（L.P.）・整数計画法がその中心となっている。そこで、本稿でも、この両者についての定式化を行った。いま、可能最大ネットワークをn個のノード（$n_i \in N$）とm個のアーク（$a_{ij} \in A$）をもつ有向グラフG（N，A）とし、このネットワークにr個のODペアが存在するものとする。また、各OD交通ごとのアークフローを考え、アークklに流れるODペアijのフローをf_{ij}^{kl}とする。

⑴．線型計画法　上に与えられたモデルに対し、次のような制約条件が考えられる。

1)．OD交通量保存条件式；
$$\sum_l f_{ij}^{kl} - \sum_l f_{ij}^{lk} = \begin{cases} f_{ij} & (k=i) \\ -f_{ij} & (k=j) \\ 0 & (k \neq i, j) \end{cases} \qquad (1)$$

2)．容量制約条件式　；
$$\sum_i \sum_j f_{ij}^{kl} \leq C_{kl} \qquad (2)$$

3)．非負制約条件式　；
$$f_{ij}^{kl} \geq 0 \qquad (3)$$

4)．建設費制約条件式　；
$$\sum_k \sum_l S_{kl}(C_{kl}) = \sum_k \sum_l \alpha_{kl} \cdot l_{kl} \cdot C_{kl} \leq S_c \qquad (4)$$

（ここに、C_{kl}はアークklの交通容量を示し、建設費は交通容量に比例し、α_{kl}は建設費単価、S_cは制約建設費である。）また、目的関数としては、総走行距離を最小にする場合（問題－1）；

$$\sum_k \sum_l l_{kl} \cdot \sum_i \sum_j f_{ij}^{kl} \longrightarrow \min. \qquad (5)$$

と制約条件4)を条件から除外し、目的関数に組み入れ、走行費用（L）と道路費用（R）の和で表わされる総費用（T）を最小にする場合（問題－2）；

$$T = L + R \longrightarrow \min. \qquad (6)$$

（ここに、$L = \beta \cdot \gamma \sum_k \sum_l f_{kl} \cdot l_{kl}$

$R = KS = K \sum_k \sum_l S_{kl} \cdot C_{kl} = K \sum_k \sum_l (\alpha_{kl} \cdot l_{kl}) \cdot C_{kl}$

βは単位時間交通量を日交通量に換算するための係数、γは単位距離当りの走行費用、Kは資本回収係数である。）とが考えられる。

⑵．整数計画法　線型計画法では、すべての関数が一次関数で表わされたが、それが困難な場合、たとえば、条件4)が図－1に与えられるようなステップ関数で表わされる場合について考えてみる。このとき、フローと建設費についての条件式は次の通りである。

$$f_{kl} \le \sum_i C_i \cdot x_i \tag{7}$$

$$x_i = 0 \text{ or } 1 \tag{8}$$

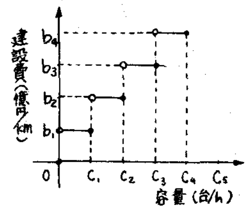
$$0 \le \sum_i x_i \le 1 \tag{9}$$

$$S = \sum_i b_i \cdot x_i \tag{10}$$

したがって、条件式(1)～(3)及び(7)～(10)の下に(5)式あるいは(6)式を解く問題となり、擬ブール代数法、切除平面法などが適用されうる。

3. 計算例

ここでは、図－2，表－1，2に示すモデル例に対し、FACOM 270－20 L.P.を用いた結果を示す。ただし、問題1の建設費制約は30億円とし、容量と建設費の関数の比例定数は各アークごとに表－3の通りとする。



図－1.「容量－建設費」関数

表-1. 地点間距離

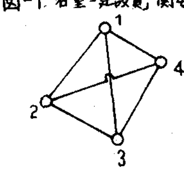
	1	2	3	4
1		7	6	4
2			5	9
3				5
4				

表-2. OD交通量

	1	2	3	4
1		1000	2000	0
2			0	1500
3				500
4				

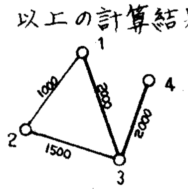
表-3.「容量－建設費」関数の係数

arc	α_{bi} 問題(1)	α_{bi} 問題(2)	$\alpha_{mi}\cdot l_{kl}$ 問題(1)	$\alpha_{mi}\cdot l_{kl}$ 問題(2)
1-2	0.0005	0.0046	0.0035	0.0320
1-3	0.0010	0.0137	0.0060	0.0820
1-4	0.0008	0.0073	0.0032	0.0290
2-3	0.0006	0.0054	0.0030	0.0270
2-4	0.0010	0.0091	0.0090	0.0820
3-4	0.0006	0.0054	0.0030	0.0270



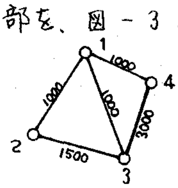
図－2. 可能最大ネットワーク

以上の計算結果の一部を、図－3，4に示す。図中の数はアークを流れるフローを示す。



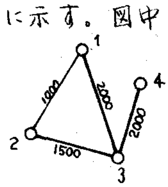
総走行距離 36,500 台km/h
建設費 26.0 億円

図-3. 問題1.最適解



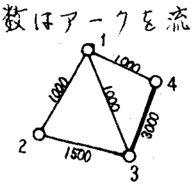
総費用 580.5万円/日

図－4. 問題2.最適解



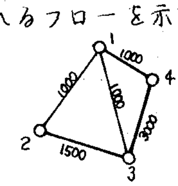
総走行距離 36,500台km/h
建設費 26.0 億円

図-5(1) シミュレーションによる問題1.最適解



総走行距離 36,500台km/h
建設費 26.0 億円

図-5(2) シミュレーションによる問題1.最適解



総費用 580.5万円/日

図-6. シミュレーションによる問題2.最適解

4. 考察と今後の課題

上記計算例のシミュレーションによる結果を図－5，6に与えた。図－5(1)(2)のうち(1)はL.P.による解と一致する。(2)は、シミュレーションの方法のちがい（(1)は追加法、(2)は任意解からの改良法[2]）によるものである。また図－6については、解の一致が見られた。これらの結果からも、L.P.によって解の高精度化が達成されうるが、ネットワークの規模が拡大するにつれ、シミュレーションによる近似解の重要性が増すと考えられよう。

以上、初歩的数理計画を用い、単純な問題に対しアプローチを試みてきたが、今後、目的関数に走行時間（混雑度）などを考慮し、非線型計画（たとえば、二次計画法など）の定式化および問題への適用を検討する必要があると思われる。

参考文献

1). 西村・日野「最適ネットワーク構成に関する一考察」昭和50年度 第30回土木学会講演集 第4部 pp218

2). 栁谷・長瀬・加来「道路網探索法に関する研究」昭和50年度 第12回日本道路会議論文集 pp11.