

一面せん断試験結果の整理法

京都大学工学部 正員 黒田勝彦
 “ “ 浅岡 顕
 京都大学大学院 学生員 竹林裕雄

1. はじめに 土質試験の結果は通常かなりの範囲ではらつている¹⁾。このばらつきの原因は、せん断方法そのものに起因するもの、結果の整理法によるものとか考えられる。本研究は、一面せん断試験を例に、確率統計の立場からこれらを検討したものである。
2. せん断強度の分布 材料強度を確率過程論からアプローチした研究によれば、供試体に載荷した時点から時刻 t と $t+dt$ の間で破壊が生じる確率は次式で与えられる。

$$g(t)dt = m \exp\left(-\int_0^t m dt\right) \cdot dt \quad (1)$$

ただし、 m は時間の関数で破壊率を表す。一面せん断の場合は、次式で近似できる。

$$m(t) = L \left(\tau_c(t)^\alpha / p^\beta \right) \quad (2)$$

上式において、 $\tau_c(t)$ は時刻 t におけるせん断強度、 p は垂直応力、 L は供試体容積に比例する定数、 α 、 β は材料固有の定数である。いま、土の応力 \sim ひずみの関係と

$$\tau = f \varepsilon^{\lambda} = f (\dot{\varepsilon} t)^{\lambda} \quad (3)$$

、 $\dot{\varepsilon}$ はひずみ速度、 f 、 λ は定数

と仮定すると、(1)~(3)式より τ_c の密度関数 $g(\tau_c)$ は次式で与えられる。

$$g(\tau_c) = C \tau_c^{-d} \exp(-C/d \cdot \tau_c^d) \quad (4)$$

、 $C = fL/f^\beta \dot{\varepsilon}^\beta$ 、 $d = \alpha + \beta$

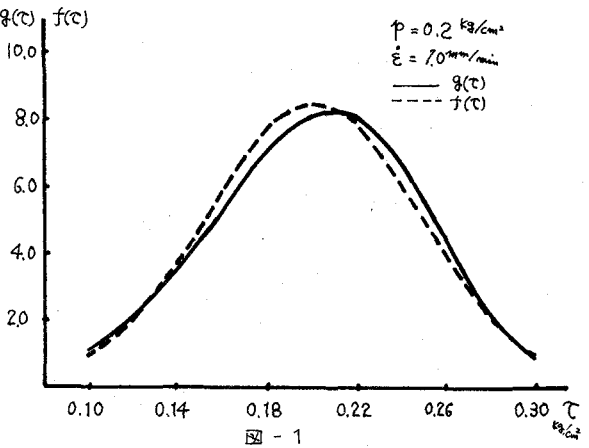
上式より、 τ_c の平均値 $\bar{\tau}_c$ 、分散 $\sigma_{\tau_c}^2$ および変動係数 V_{τ_c} はガンマ関数を用いて次式で表わせる。

$$\bar{\tau}_c = (d/C)^{1/d} \Gamma(1 + 1/d) \quad (5)$$

$$V_{\tau_c} = \left[\Gamma(1 + 3/d) / \Gamma(1 + 1/d)^2 - 1 \right]^{1/2} \quad (6)$$

以上の結果から、定性的に以下のヒが推論される。すなわち、(5)式より、ひずみ速度が大(II)となれば、平均強度は大(II)となるが、ばらつき大(II)となる。また(6)式より、 d が定数ならば、 p や $\dot{\varepsilon}$ に無関係に強度の変動係数は一定となる。以上の点を調べるために、標準一面せん断試験機を用いて多数の実験

を実施した。実験に用いた試料等の詳細は紙数の都合上講演時に譲るが、実験結果より、 C と d を推定し、(4)式に基づいて密度関数をプロットしたのが図-1である。図中、実線は $g(\tau)$ と、破線は平均・分散を同一にする理論正規密度関数 $f(\tau)$ を示したもので、ほとんど差異がない。また、 $p = 0.6 \text{ kg/cm}^2$ で固定し、同一の土について、 $\dot{\varepsilon} = 0.25, 0.5, 1.0, 2.0 \text{ mm/min}$ とし、各々30個ずつのせん断試験を



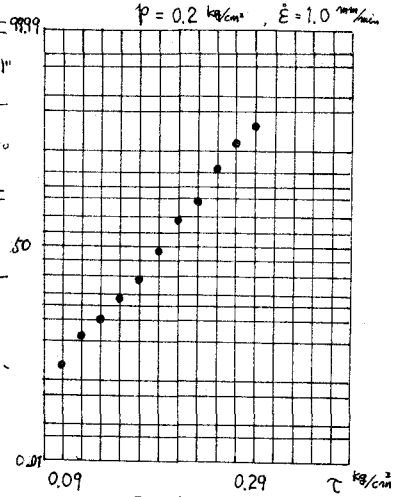
(1) 結果から $\bar{\sigma}_q$, σ_q を求めたのが表-1である。この表からわかるように、 ε が大(小)になると $\bar{\sigma}_q$, σ_q も大(小)となる。しかし、変動係数は一定とならず ε が大になると V_{σ_q} はわずかながら増大している。また、種々の p に対し、 $\varepsilon = 1.0 \text{ mm/mm}$

ε	0.25	0.5	1.0	2.0
$\bar{\sigma}_q$	0.4081	0.4339	0.4311	0.4602
σ_q	0.0268	0.0379	0.0425	0.0266
V_{σ_q}	0.0657	0.0875	0.0987	0.0579

で、50個ずつのせん断試験を実施した結果から V_{σ_q} を求めたものが表-2であるが、 p の増大とともに V_{σ_q} はわずかながら減少している。これは、(6)式における d が ε や p の関数となることを意味しており、今後さらに検討を要する。以上

p	0.2	0.4	0.6	0.8	1.2
V_{σ_q}	0.2126	0.1473	0.1389	0.0648	0.0671

の検討によつて、 σ_q はほぼ正規分布と近似し、よい近似がわかり、 σ_q は ε が一定の下では、 p の関数として考えた方がよいといえる。図-2, 3は実験結果を直接正規確率紙にプロットしたものであり、一応、以上の議論が妥当であるを示している。

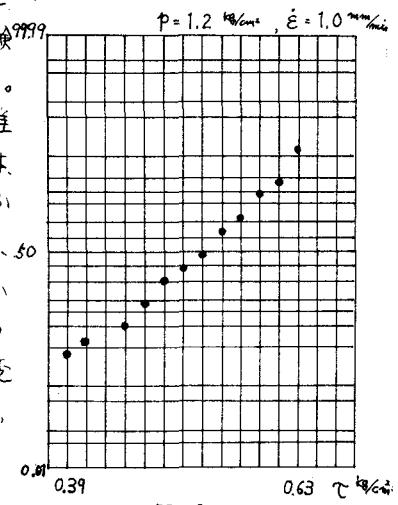


3. 強度係数の推定 2. で検討したことにより、 ε が一定の場合には、 σ_q は各 p で正規分布すると考えこよい。したがつて、モール・クローンの破壊基準を前提にすると、 $C, \tan \phi$ の推定は、

$$L = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n [\frac{1}{\sigma_{CRj}} \{ \sigma_{qj} - C - p_i \tan \phi \}] \quad (7)$$

$(\sigma_{CRj}) = a + b p_i$

を最小にする最尤推定量がよくなるのが妥当である。上式において σ_q は表における σ_q の各番目の測定値である。本実験で用いた工について、 $C, \tan \phi$ の推定値を表-3に示した。ただし、方法Iは、 σ_q = 一定とみなした場合の最小自乗推定値、方法IIは、(7)式における近似的な推定値、方法IIIは電子計算機による最尤推定値である。表-3の結果からわかるように、実験の結果の整理の方法(推定法)によつて、50個の推定値そのものは大差がなく、従来、用いられている最小自乗推定法でよいことがわかる。しかし、2. で述べたように、 σ_q のそのものは実験の方法によつてそのばらつき方が変化するので、実際の設計ではこの点を考慮に入れて、 $C, \tan \phi$ を推定する必要がある。



4. 参考文献

- 1) 黒田勝彦(1972)；不確実性を考慮した工構造物の調査・設計・施工に関する問題
- 2) 横堀武夫(1955)；材料強度学
- 3) 横堀武夫(1964)；材料強度学

方法	I	II	III
\hat{C}	0.1258	0.1260	0.1255
$\hat{\tan \phi}$	0.4294	0.4299	0.4308