

水深と湾幅がともに減少する湾における長波の湾水振動

京都大学工学部 正員 酒井哲郎  
 日本テトラポッド 正員 山本方人  
 京都大学工学部 岡田健二

1.はじめに 日本の太平洋沿岸,特に三陸地方は津波の未襲地域であり,その被害も大きいものである。三陸地方の湾には,湾奥に向つて水深,湾幅とも減少する湾が幾つも見られる。被害が大きい原因として,上述の湾形の効果も考えられると思われる。即ち水深,湾幅が減少する為津波の遡上高が増し,また湾水振動の振幅も増大するのではないかとと思われる。ここでは特に湾水振動の面から水深,湾幅が減少する効果を検討してみることにする。

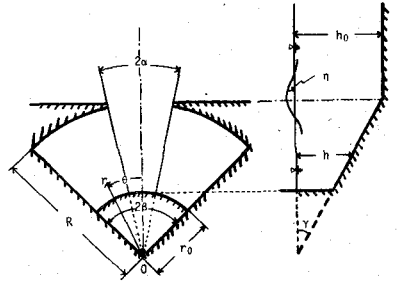


図-1 座標系(防浪堤がある場合)

従来湾水振動理論に関しては,長方形一様水深湾に関するものが多い。水深のみが変化する長方形湾については,酒井(1975)のものがあるのみで,湾幅も変化する場合の理論は未だ無い。もちろん湾形や水深の変化する湾の湾水振動に関しては,水理実験,数値実験によって検討できるが,ここでは一般的に検討する意味で,湾幅と水深が共に減少する湾における湾奥の増幅率を理論的に導き,さらに湾口でのエネルギー損失と考慮して,理論の修正を行う。

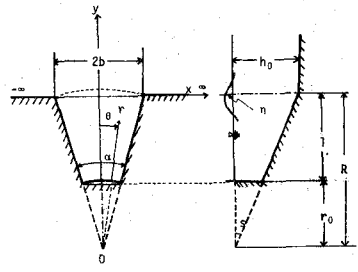


図-2 座標系(防浪堤のない場合)

2.水深,湾幅が減少する湾における湾水振動理論

図-1に示すように,海岸線に直角に波が入射する場合を考える。さらに次の仮定を置く。1)波は線型長波, 2)湾外は一様水深, 3)湾内はr方向に水深が一様減少, 4)両口角alphaは小さい, 5)湾奥の水深は0にならない, 6)海岸線は直線で左右無限に続く, 7)湾口から無限遠では,波は海岸線に平行な完全重複波のみ。基礎式は,

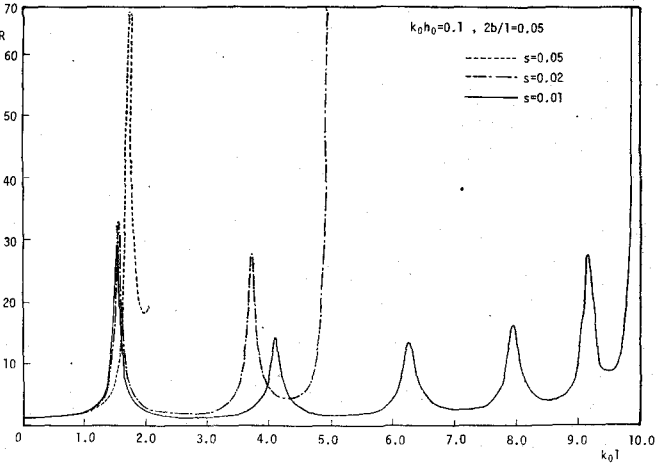


図-3 共振曲線の例(湾口エネルギー損失と無視した場合)

基礎式は, 
$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -g \frac{\partial \eta}{\partial r} \quad (1)$$
  

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = -\frac{g}{r} \frac{\partial \eta}{\partial \theta} \quad (2) \quad r \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial (uR\eta)}{\partial r} + \frac{\partial (vR\eta)}{\partial \theta} = 0 \quad (3)$$
 である。ここで  $u, v$  は  $r, \theta$  方向の水粒子速度,  $\eta$  は静水面からの水位,  $R$  は水深,  $g$  は重力の加速度である。また領域を2つに分け,添字1,2をつけて湾外,湾内を区別する。次に,境界条件は,固定壁面

で法線方向の水粒子速度が0であることと、湾口で湾内と湾外の水位と水粒子速度が等しいというこである。 $\eta$ を次のように仮定する。  $\eta = ae^{i\omega t} f(r, \theta)$  — (4)

ここで  $a$  は湾外の完全重複波の振幅、 $\sigma$  は角周波数である。湾口での流速の境界条件は、Ippen-合田(1963)と同様、次のように表わす。  $\frac{\partial \eta}{\partial r}|_{r=R} = \frac{\partial \eta}{\partial r}|_{r=R} = k_0 c e^{i\omega t}$  — (5) ( $k_0$ : 入射波波数、 $c, \omega$ : 未知定数)。さらに湾外の解としては Ippen-合田の解を用い、湾口での水位の一致の条件は、湾口に沿っての平均値に関して成立するとする。即ち、 $\overline{\eta_1(x, 0)} = \overline{\eta_2(R, \theta)}$  — (6) したがって、湾外の湾口での水位の湾幅方向の平均値は、 $\overline{\eta_1(x, 0)} = ae^{i\omega t} + ace^{i(\omega t + \omega)}$  [ $i\psi_1 - \psi_2$ ] — (7) ここで  $\psi_1$  および  $\psi_2$  は Ippen-合田より、 $\psi_1(k_0 b) = \frac{2}{\pi} k_0 b \int_0^{k_0 b} \sin^2 \delta \sqrt{\delta^2 / (k_0 b)^2 - \delta^2} d\delta$  — (8)、 $\psi_2(k_0 b) = \frac{2}{\pi} k_0 b \int_0^{k_0 b} \sin^2 \delta / \delta \sqrt{\delta^2 - (k_0 b)^2} d\delta$  — (9) ( $b$  は湾口の半幅)。一方湾内の水位  $\eta_2$  は、

上述の仮定及び境界条件で式(1),(2),(3)を解くと、次のように求まる。  $\eta_2 = \frac{-2\alpha a R^2 k_0 c e^{i(\omega t + \omega)}}{i\omega} \left[ \frac{1}{\beta(x_0 y_0 - y_0 x_0)} \left\{ X_0 J_1 \left( \frac{2\alpha}{R\beta} \times iR \right) - Y_0 N_1 \left( \frac{2\alpha}{R\beta} iR \right) \right\} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n\pi^2)(X_n Y_n - Y_n X_n)} \left\{ X_n J_1 \left( \frac{2\alpha}{R\beta} iR \right) - Y_n N_1 \left( \frac{2\alpha}{R\beta} iR \right) \right\} \sin \frac{n\pi}{2} \frac{x}{R} \times \cos \frac{n\pi}{2} \cos \frac{n\pi}{2} \left( \frac{y}{b} - 1 \right) \right]$  — (10) ここで  $X_n = N_1 \left( \frac{2\alpha}{R\beta} iR \right) - \frac{2\alpha}{R\beta} N_1' \left( \frac{2\alpha}{R\beta} iR \right)$ ,  $Y_n = J_1 \left( \frac{2\alpha}{R\beta} iR \right) - \frac{2\alpha}{R\beta} J_1' \left( \frac{2\alpha}{R\beta} iR \right)$ ,  $X_n' = N_1' \left( \frac{2\alpha}{R\beta} iR \right) - \frac{2\alpha}{R\beta} N_1 \left( \frac{2\alpha}{R\beta} iR \right)$ ,  $Y_n' = J_1' \left( \frac{2\alpha}{R\beta} iR \right) - \frac{2\alpha}{R\beta} J_1 \left( \frac{2\alpha}{R\beta} iR \right)$ ,  $q = \sqrt{(i\alpha/b)^2 - 1}$ ,  $J_n, N_n$  はそれぞれ  $n$  次の Bessel, Neumann 関数、 $J_n', N_n'$  は argument  $z$  の微分を示す。また  $C = \sqrt{4_1^2 + (4_2 - Rk_0 k)^2}$ ,  $\omega = \tan^{-1} 4_1 / (4_2 - Rk_0 k)$  であり、 $K = \frac{-2\alpha}{\beta(x_0 y_0 - y_0 x_0)} \left\{ X_0 J_1 \left( \frac{2\alpha}{R\beta} iR \right) - Y_0 N_1 \left( \frac{2\alpha}{R\beta} iR \right) \right\} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{-2\alpha}{(n\pi^2)(X_n Y_n - Y_n X_n)} \left\{ X_n J_1 \left( \frac{2\alpha}{R\beta} iR \right) - Y_n N_1 \left( \frac{2\alpha}{R\beta} iR \right) \right\} \sin \frac{n\pi}{2} \frac{x}{R} \cos \frac{n\pi}{2}$  — (11) である。今、

図-2 のような防浪堤のない台形湾を考え、湾奥の増幅率を  $R = \frac{|\eta_2(r, \theta)|}{a}$  で定義すると、台形湾の湾奥の増幅率は、式(10)で  $\alpha = \beta$  と置いて次のように求まる。  $R = D^2 |X| / \sqrt{(DQ + P4_2(B))^2 + P^2 4_1(B)^2}$  — (12)、ここで  $Q = \{dN_0(d) - 2 \times N_1(d)\} J_1(d) - \{dJ_1(d) - 2J_1(d)\} N_1(d)$ ,  $P = \{dN_1(d) - 2N_1(d)\} \{DJ_1(d) - 2J_1(d)\} - \{dJ_1(d) - 2J_1(d)\} \{DN_1(d) - 2N_1(d)\}$  — (13),  $X = N_0(d) J_1(d) - J_0(d) \times N_1(d)$  — (14) であり、 $D \equiv \frac{2\alpha}{R\beta} R = \frac{2R_0 k_0}{s}$ ,  $d \equiv \frac{2\alpha}{R\beta} R = 2 \left( \frac{R_0 k_0}{s} \right) \times \left( \frac{R_0}{s} - k_0 b \right)^2$ ,  $B \equiv k_0 b = \frac{1}{2} (k_0 l) \left( \frac{2b}{l} \right)$  で示される無次元量である。従って、湾奥での増幅率は、湾口幅・波長比  $2b/l$ 、底勾配  $s$ 、外海比水深  $R_0$  (実際には  $R_0/s$ ) をパラメータとして、湾奥増長比  $k_0 l$  の関数として与えられる。

次に湾口部エネルギー損失を考慮した場合の、上記理論の修正を行う。湾形モデルは図-2で示した、防浪堤の無い場合である。上記理論と異なる所は、湾口境界条件のみで、式(6)の代りに、伊藤(1970)や Uchida-Mei (1975)と同様の考え方で、 $\overline{\eta_2(R, \theta)} - \overline{\eta_1(x, 0)} = \frac{c}{2g} |u_0| |u_0|$  — (15)

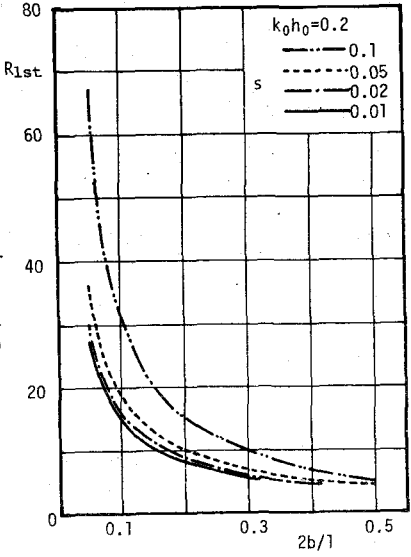


図-4 才1次共振増幅率

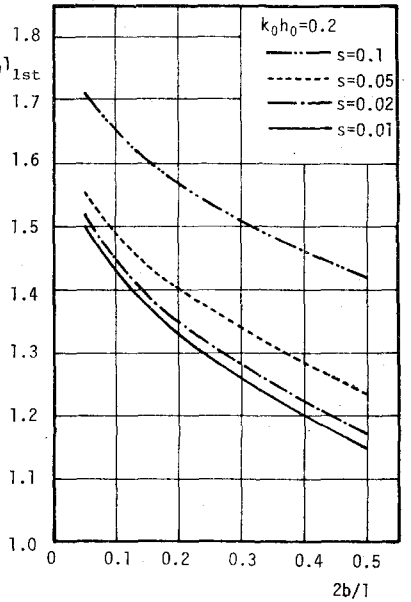


図-5 才1次共振増長

のように湾口部エネルギー損失を表わす。ここで  $u_{R1st}$  は湾口における  $\gamma$  方向の水粒子速度、 $f$  は形状損失係数である。従って、この場合湾奥の増幅率は次のように示される。

$$|R| = \frac{D^2 C_0}{|P|} |x| \quad (16) \quad \text{ここで } C_0 \text{ は式 (15) を変形して得られる 4 次方程式}$$

$$C^2 \left\{ \left( \frac{\alpha g T^2 k_0^2}{2\sigma^2} \right)^2 C^2 + \frac{\alpha g T^2 k_0^2}{\sigma^2} 4|C| + 4^2 + (2k_0 \alpha \frac{R}{P} + \psi^2) \right\} = 1 \quad (17) \quad \text{の根である。この場合上記理論で用いられたパラメータ以外に、アール数 } U \text{ (} \equiv \alpha g T^2 \text{)} \text{, } T \text{ (波の周期) と形状損失係数 } f \text{ が現われる。}$$

### 3. 計算結果および考察

湾口部エネルギー損失を考慮しない場合の共振曲線が図-3 である。縦軸に湾奥での  $R$ 、横軸に  $k_0 l$  をとり、パラメータは  $k_0 h_0$  および  $2b/l$  で、それぞれ 0.1, 0.05 である。  $S$  もパラメータであり、0.05, 0.02, 0.01 である。この図より、海底勾配が大きい程、 $\alpha$  1 次および  $\alpha$  2 次共振点での増幅率は大きく、 $\alpha$  1 次共振湾長も大きくなっていることがわかる。また  $\alpha$  2 次共振湾長は  $S$  が大きくなるほど、小さくなっていることもわかる。特に  $\alpha$  1 次共振点に関して詳しく調べる為、 $\alpha$  1 次共振増幅率  $R_{1st}$ 、 $\alpha$  1 次共振湾長  $k_{0l_{1st}}$  を縦軸にとり、横軸に  $2b/l$  をとった図が図-4 ~ 図-7 である。図-4、図-5 は  $k_0 h_0$  を固定し、 $S$  を変化させ、図-6、図-7 は  $S$  を固定し  $k_0 h_0$  を変化させたものである。これらの図を見ると、 $R_{1st}$ 、 $k_{0l_{1st}}$  は、 $2b/l$  が大きくなると減少していることがわかる。 $R_{1st}$  は  $2b/l$  が小さいときには減少率が大きく、 $2b/l$  が大きくなると、減少率は小さい。また  $S$  が大きいと  $R_{1st}$  は大きい。 $k_{0l_{1st}}$  は  $2b/l$  の変化に対して、ほぼ一樣な変化を見出し、 $S$  が大きいと  $k_{0l_{1st}}$  は大きくなる。外海比木深  $k_0 h_0$  が  $\alpha$  1 次共振点に及ぼす効果としては、 $k_0 h_0$  が大きい程  $R_{1st}$ 、 $k_{0l_{1st}}$  とも小さくなる傾向にある。 $k_{0l_{1st}}$  の  $S$  および  $k_0 h_0$  に対する変化は酒井(1975)の示した結果とは逆になっており、このことは湾幅減少の影響と思われる。

次に、湾口部エネルギー損失を考慮した場合の共振曲線が図-8 である。この場合  $k_0 h_0 = 0.1$ 、 $2b/l = 0.5$ 、 $S = 0.01$ 、 $U$  (首藤(1974)の定義では  $U^2 = 40$ ) である。 $f$  が大きいと、 $\alpha$  1 次および  $\alpha$  2 次共振増幅率ともに  $f = 0$  の場合に比して減少することからわかる。また共振湾長については、エネルギー損失を考慮しても変化がない。図-9 は縦軸に  $R_{1st}$ 、横軸にエネルギー損失係数  $f$  をとったものであるが、 $f$  が大きくなると  $R_{1st}$  は減少し、 $f$  の小さい範囲では減少率が大きく、 $f$  が大きくなると減少率は小さくなる。図-10 は縦軸に  $R_{1st}$ 、横軸にアール数  $U$  をとったものである。この図より、アール数  $U$  が大きくなると、 $R_{1st}$  はほぼ一樣に減少しているのがわかる。

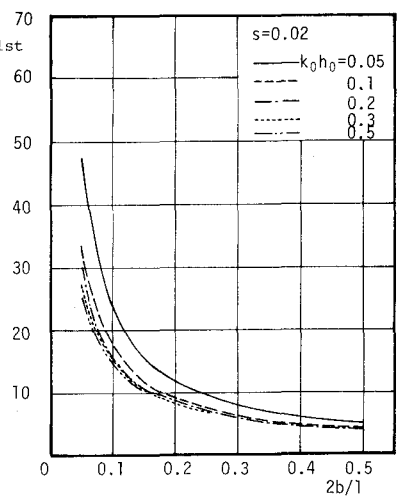


図-6  $\alpha$  1 次共振増幅率

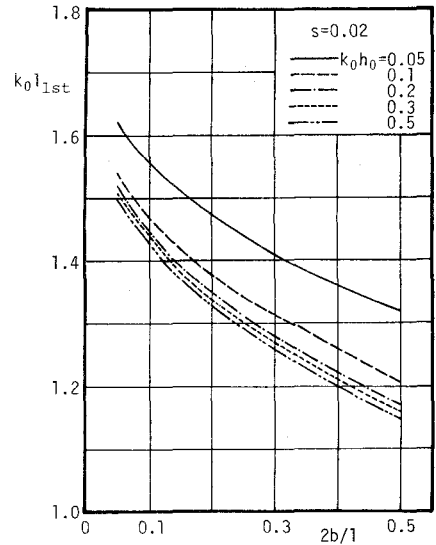


図-7  $\alpha$  1 次共振湾長

4. おわりに 以上の計算結果より次のことが判明した。湾口エネルギー損失を考慮しない場合、湾幅、水深が共に減少する湾については、細長い湾ほど共振現象が著しくて第1次共振増幅率は大きく、第1次共振湾長も大きくなる。また外海比水深が小さく海底勾配が大きい程、第1次共振増幅率および第1次共振湾長は大きい。湾口部エネルギー損失を考慮した場合、エネルギー損失係数  $f$  とアーセル数  $U$  は共振増幅率に同等の効果を及ぼし、 $f$  および  $U$  が大きい程、共振増幅率を低下させる。しかし共振湾長は  $f$  および  $U$  の変化に対して不変である。以上の点が判明したが、従来の研究結果とは異なる点もあり、今後の研究が待たれる。最後に本研究は、文部省科学研究費による研究の一部であることを付記する。

参考文献

Ippen-Goda (1963); Wave induced oscillations in harbor, the solution for a rectangular harbor connected to the open sea, Hydrodynamic Lab. Report No. 59, M.I.T.

伊藤喜行・木原カ (1970); 長周期波に対する防浪堤の効果に関する計算(第6報), 港湾技術研究所報告, 第9巻, 第2号, pp. 3-22.

酒井哲郎 (1975); 傾斜した海底を有する湾における長波の湾水振動, 第22回海岸工学講演会論文集.

首藤伸夫 (1974); 非線型長波の変形—水路幅・水深の変化ある場合—, 第21回海岸工学講演会論文集.

Ünlüata, Ü. and C.C. Mei (1975); Effects of entrance loss on harbor oscillations, Proc. ASCE, No. WW2.

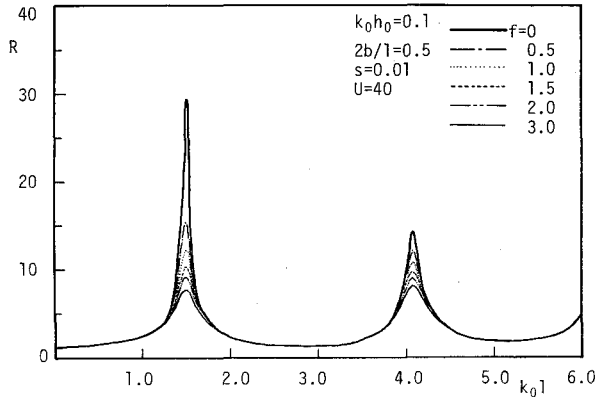


図-8 共振曲線(湾口でのエネルギー損失考慮)

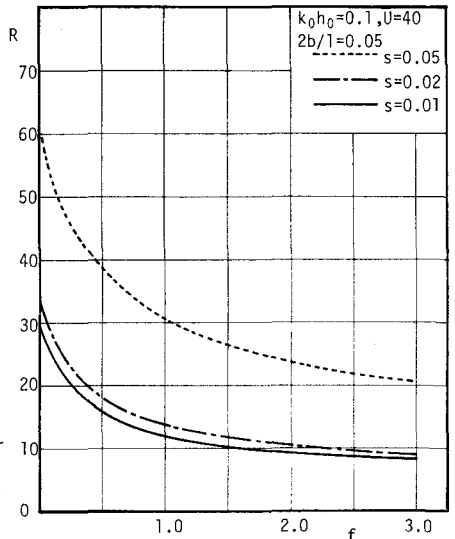


図-9 第1次共振増幅率(湾口でのエネルギー損失考慮)

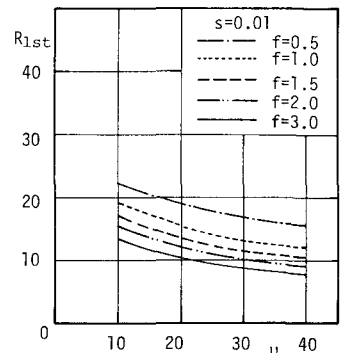


図-10 第1次共振増幅率(湾口でのエネルギー損失考慮)