Ⅱ－22

沈殿池モデルにおけるパラメータ評価について

大阪大学基礎工学部　正員　○　芝　定孝
大阪大学基礎工学部　　　　　牧　晃平
大阪大学基礎工学部　　　　　瀧川泰行

1. はじめに　沈殿池は水処理施設において必ず組み合せられる処理設備であるが、その設計や操作については未解決な部分が多い。とくに流入水量および水質が時間的に変動している場合には池内の流動状態も時間的に変動する為に流出水濃度の予測は非常に困難である。しかし、拡散方程式を基礎式とした非定常モデルを用いた沈殿池の非定常最適操作の方法も論じられるようになってきた。その際、モデルが如何なる数式で表現されていようとも、数式中にはモデルの特性を支配する重要なパラメータを含んでおり、モデルを実際の設計や操作に適用する場合には、このパラメータの評価は不可欠な問題である。

2. 数式モデル　非定常操作に用いるモデルは拡散方程式から導かれ、次のような数式で表現されている。$\hat{C}$は流出水濃度、$\hat{C}_{IN}$, $\hat{Q}_{IN}$はそれぞれ流入水の濃度および流量で、kは

$$\frac{d\hat{C}}{d\tau} = -\left\{\hat{Q}_{IN} + (1-k)P\right\}\hat{C} + \hat{Q}_{IN}\hat{C}_{IN} \quad \text{------------------ (1)}$$

合田数（沈殿物の底面からの再浮上に関する無次元パラメータ）で、Pは Hazen 数（理想沈殿除去を仮定した場合の除去効率を表わす無次元数）である。濃度$\hat{C}$に関しては線形であるが、以下の評価の方法に示すごとくパラメータを従属変数とみなせば非線形となる。

3. 評価の方法　各パラメータの除去効率に対する効果は Hazen 数Pはプラス側に、合田数kはマイナス側に働くが、評価の便宜上これをまとめて $K=(1-k)P$ なるパラメータとして評価する。Kは時間的に変動するが評価区間を適当に分割し、局所的定常性で近似

$$\frac{dK}{d\tau} = 0, \quad (K = (1-k)P) \quad \text{---------------------- (2)}$$

し、Eq.2を基礎式Eq.1に連立させる。このとき得られる方程式系はEq.3のように表わされる。

$$\frac{d\mathbf{y}}{d\tau} = \mathbf{f}(\mathbf{y}), \quad \left(\mathbf{y} = \begin{bmatrix} C \\ K \end{bmatrix}, \ \mathbf{f}(\mathbf{y}) = \begin{bmatrix} -(\hat{Q}_{IN}+K)\hat{C} + \hat{Q}_{IN}\hat{C}_{IN} \\ 0 \end{bmatrix}\right) \quad \text{----------- (3)}$$

関数$\mathbf{f}$は$\mathbf{y}$に関しては非線形となるので、*quasi-linearization*法で線形化して第$(n+1)$次近似

$$\frac{d\mathbf{y}^{(n+1)}}{d\tau} = \mathbf{J}^{(n)}\cdot(\mathbf{y}^{(n+1)} - \mathbf{y}^{(n)}) + \mathbf{f}^{(n)}(\mathbf{y}^{(n)}), \quad (\mathbf{J}: \text{Jacobian Matrix}) \quad \text{-------- (4)}$$

に対する線形微分方程式Eq.4を得る。この解を$\mathbf{y}$とするとEq.5で表わされる。ここにΦは

$$\mathbf{y} = \Phi\cdot\mathbf{y}_0 + \mathbf{y}_p, \quad \left(\frac{d\Phi}{d\tau} = \mathbf{J}\cdot\Phi, \quad \Phi(0) = \mathbf{I}\right) \quad \text{----------------- (5)}$$

Transition Matrix, $\mathbf{y}_0$は初期値, $\mathbf{y}_p$はEq.4の特解である。パラメータの評価関数には、推定値

yと実測値Yとの誤差で表わされるEq.6を用いる。ただし、Wは重みの為のMatrixで、最小2乗法に従って、Eq.7を満足するようにy_0を定める。$(Y-y)^T$は転置ベクトルを表わす。

$$S(y_0,\tau)=\int_{\tau_0}^{\tau}(Y-y)^T W\cdot(Y-y)\,d\tau \quad ----(6), \qquad S(y_0,\tau)\rightarrow \min \quad ----(7)$$

Eq.5をEq.6に代入して、y_{0k}で偏微分した結果をゼロとおきEq.8を得る。この式をy_{0k}について解けばよい。

$$\sum_{j=1}^{m} a_{kj}\,y_{0j}+b_k=0,\quad (k=1,2,\cdots) \quad --------(8)$$

Eq.8の係数a_{kj}, b_k等はEq.9およびEq.10で与えられる。Φ_kはTransition

$$a_{kj}=\int_{\tau_0}^{\tau}(\Phi_k^T W\cdot\Phi_j+\Phi_j^T W\cdot\Phi_k)\,d\tau \quad ---(9), \qquad b_k=\int_{\tau_0}^{\tau}\left[\Phi_k^T W\cdot(y_p-Y)+(y_p^T-Y^T)\cdot W\cdot\Phi_k\right]d\tau \quad ---(10)$$

Matrixの第k列である。次の計算例ではWに対してUnit Matrixを用いて評価している。

4．評価の一例　沈殿池モデル中のパラメータKを上の方法に従って求めた結果の一例をFig.1，Fig.2およびFig.3に示す。Fig.1はEq.2で与えられるパラメータの推定値を示し、Fig.2は合田数kの推定値を示したものである（ただしP=1と仮定）。またFig.3は推定したパラメータKを使用して求めた沈殿池流出水の浮遊物質の濃度の予測値と実測値とを比較したものである。この場合の実測値とは次式で与えられる模擬流入水

$$\hat{Q}_{IN}(\tau)=\sin(3.0\tau+0.8),\qquad \hat{C}_{IN}(\tau)=\sin(3.0\tau+0.8)$$

と既知のパラメータKとを用いて全く別個に算出しておいたものである。本計算例では時刻$t-\Delta t$から時刻tまでの実測値を用いてKを評価し、この評価したKを用いて次の時間幅$t\sim t+\Delta t$のKおよび流出水濃度を予測した。パラメータの推定値が階段状にある時間幅ごとに一定値で求められているのは、本評価法ではパラメータに対して局所的定常性を仮定した為である。パラメータの予測値と既知の値とはかなり良く一致している。従って、沈殿池流出水の濃度の予測値と実測値とも良く一致している。

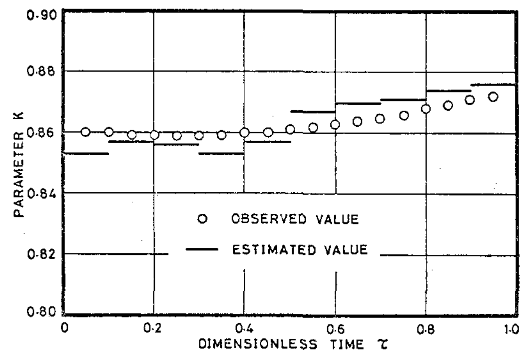

Fig. 1

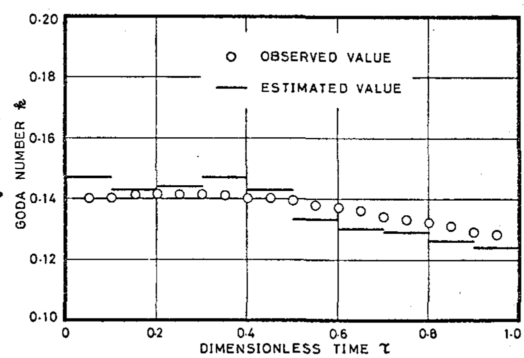

Fig. 2

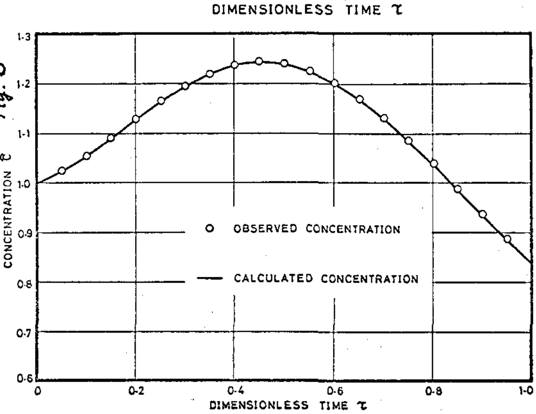

Fig. 3