

開水路における拡散の実験

神戸大学工学部 正 松梨順三郎
 神戸大学大学院 学〇田中 博

河川の乱流拡散現象を解明するための基礎的關係として、Taylorの乱流拡散理論があるが、この場合の解析あるいは拡散係数の評価はLagrange的立場に基づくものであり、一般にはLagrange的計測が困難であるため、その実測例は少ない。したがってLagrange相関を、比較的測定が容易なEuler相関で置き換える試みが古くからなされ、両者の關係が次第に明らかにされつつある。本研究では、Euler相関とLagrange相関とを關係づける關係式として、HayとPasquill⁽¹⁾、およびPhilip⁽²⁾による提案をとり上げ、これらの關係式の妥当性を、開水路流れの自由表面における浮遊粒子を用いた拡散実験を行なうことによつて検討し、若干の成果を得たので報告する。

1. HayとPasquillによる相似關係 HayとPasquill(1959)は、Euler相関係数 R_E と、Lagrange相関係数 R_L との間に、時間軸の変換による相似關係を仮定し、次式を提案した。

$$R_L(\xi) = R_E(t) \quad \text{ここに } \xi = \beta t \quad (1)$$

β は無次元ファクターである。(1)式にしたがうと、Euler時間スケール T_E と、Lagrange時間スケール T_L との間に次式が成り立つ。

$$T_E = \int_0^{\infty} R_E(t) dt = \int_0^{\infty} R_L(\beta t) dt = \frac{1}{\beta} \int_0^{\infty} R_L(t') dt' = \frac{1}{\beta} T_L \quad (2)$$

2. Philipの理論 Philip(1967)は、一様等方性の乱流場における時空間の点 (α, r, t) (ここに、 α は流れ方向座標、 r は半径方向座標、 t は時間)においてEuler的計測を行なった場合、最初原点 $(0, 0, 0)$ に存在した流体粒子が乱れによる変位の結果再び点 (α, r, t) に見出される場合の確率が空間的に正規分布をなすものと仮定し、この確率密度を重みとしてEuler相関係数に乗じ、空間積分を行なうとLagrange相関係数が理論的に得られるものと考え、まずmean flowがない場合の無次元相関係数として次式を得た。

$$R_*(t_*) = \frac{\exp(-\frac{1}{2} \pi t_*^2)}{\left(1 + 3.138 \pi \alpha^2 \int_0^{t_*} \int_0^{t_1} R_*(t) dt dt_1\right) \left(1 + \pi \alpha^2 \int_0^{t_*} \int_0^{t_1} R_*(t) dt dt_1\right)^{1/2}} \quad (3)$$

ここに $t_* = t/T_E$ 、 $\alpha = \sqrt{u^2} T_E / L_E$ で、 $\sqrt{u^2}$ は、乱れ強度のr.m.s.、 L_E は、Euler長さスケールである。(3)式を $0 \sim \infty$ で積分すると、Lagrange時間スケール T_L と、Euler時間スケール T_E との比として、次式が得られる。

$$\frac{T_L}{T_E} = \int_0^{\infty} R_*(t_*) dt_* = F(\alpha) \quad (4)$$

さらに、mean flow U が存在する場に(4)式を拡張し、Lagrange時間スケール T_L と、速度 U で移動する流下座標から見た場合のEuler時間スケール T_U との比として次式を得た。

$$T_L / T_U = [1 + \alpha^2 / I^2]^{1/2} \cdot F(\alpha) \quad (5)$$

ここに $I = \sqrt{u^2} / U$ である。

3. 実験装置および実験方法 使用した水路は、長さ17m、幅51cm、高さ60cmの鋼製水路である。水路底面には、粗度として平均粒径1.4cmの砂利を一層に敷きつめた。水表面における拡散実験で用いられた浮遊粒子は、直径0.3cm、比重 ≈ 1.0 のポリプロピレン粒子であり、これを水路上流端より8mの位置の水路中心線上に1個ずつ毎回200個落とした。この粒子が、下流に設けられた1cmの間隔をもつ格子の区切りに到達したときの位置および travel time を測定した。格子の位置は、水路上流端より8.5m, 9m, 9.5m, 10m, および11mの計5断面であった。流れ方向の拡散係数 E_{xs} , および水路幅方向の拡散係数 E_{zs} を次式により評価した。ここで U は自由表面流速である。

$$E_{xs} = (U^3/2) \cdot (d\overline{\sigma_x^2}/dx) \quad \overline{\sigma_x^2}: \text{流れ方向の時間に関する分散値}$$

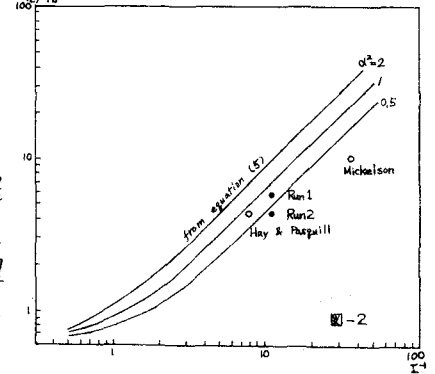
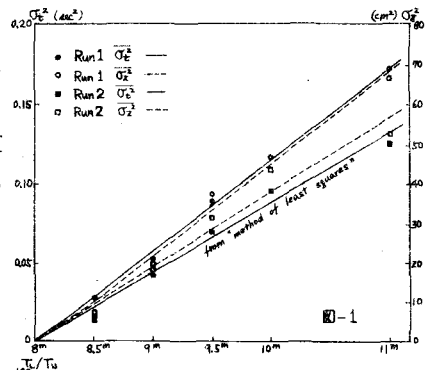
$$E_{zs} = (U/2) \cdot (d\overline{\sigma_z^2}/dx) \quad \overline{\sigma_z^2}: \text{水路幅方向の距離に関する分散値} \quad (6)$$

つぎに、水表面における乱れ強度 $\sqrt{u'}$, および Euler 時間スケール T_E は、ホットフィルム流速計(円錐型センサー)による水中での乱れ測定結果から外挿して求めた。これらの実験結果より、流れ方向の Lagrange 時間スケール T_L の概算値を次式によって評価した。

$$T_L = E_{xs} / \overline{u'^2} \quad (7)$$

この場合、Lagrange 的変動速度と Euler 的変動速度とは統計的に同等であるとした。なお、測定時の基本水理量は、流量 $Q = 10.2 \text{ m}^3/\text{sec}$, エネルギー勾配 $S = 0.001$, 平均水深 $H = 8.34 \text{ cm}$, 水路中心線上表面流速 $U = 32.8 \text{ cm}/\text{sec}$, 摩擦速度 $U_* = 2.57 \text{ cm}/\text{sec}$, Froude 数 $Fr = 0.268$, および Reynolds 数 $Re = 16490$ であった。

4. 実験結果 2回の実験 Run 1, Run 2 を行なった結果、粒子の流れ方向および水路幅方向の広がりには、ほぼ Gauss 分布をなし、それから得られた $\overline{\sigma_x^2}$, $\overline{\sigma_z^2}$ を流れ方向の距離に対してプロットすると図-1となる。(6)式より拡散係数として Run 1, 2 の各々について $E_{xs} = 10.54, 8.04 \text{ cm}^2/\text{sec}$, $E_{zs} = 4.00, 3.11 \text{ cm}^2/\text{sec}$ を得た。このとき $\sqrt{u'^2} = 2.94 \text{ cm}/\text{sec}$, $T_E = 0.214 \text{ sec}$ であった。(7)式より T_L を求め、 β として各々の Run につき $\beta = 5.70, 4.35$ を得た。これらは Hay と Pasquill による $\beta \approx 4$ に近い値を示す。Philip による(3)式は微分方程式に帰着するが、いま $R_x(t)$ を繰り返し計算により求めた後、 T_L/T_U を I^+ に対してプロットすると、図-2の曲線となる。プロットされた実験結果と曲線との適合度はきわめて良く、Philip の議論の妥当性をある程度示すものと考えられる。本研究ではきわめて限られた条件の下で実験が行なわれたが、今後さらに多くの水理条件の下での実験を数多く行ない、広範囲の乱れの条件について Philip の議論の検討を進めていく必要がある。



文献 1. Hay & Pasquill, "Diffusion from a continuous source in relation to the spectrum and scale of turbulence", *Advances in Geophysics*, 1959, vol. 6.

2. Philip, "Relation between Eulerian and Lagrangian Statistics", *The Physics of Fluids Supp.*, 1967, vol. 10.