不静定構造モデルの信頼性解析

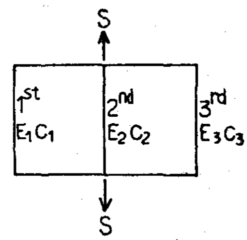
神戸大学工学部　正員　西村　昭
新日本製鐵（株）　正員　○坂田　豊
神戸大学大学院　学生員　羽原　伸

1．はじめに

信頼性のレベルから見た場合の不静定構造の優位は、従来から言われていることであるが、実構造物に対する信頼性解析は、なお多くの問題が残されている。すなわち、不静定構造物が崩壊に至るまでには多くの経路が存在し、破壊確率を求めるには大変な労力が必要である。そこで本研究では、まず不静定構造モデルとして並列部材よりなる構造を考え、その破壊確率を求め、次に危険部材に着目した近似式の誘導を試みた。そして、簡単な構造物に対して適用した結果について報告する。

2．不静定構造モデルの破壊確率と近似式

不静定構造モデルの1例として、図-1のような3本よりなる並列部材構造を想定する。この図において、部材1,2,3の断面積と伸びはすべて等しいとし、また、弾性係数をそれぞれE_1,E_2,E_3として、実際の構造物の部材応力変化率の相違をこれらの値の相違によって表わすようにした。すなわち、弾性係数比と荷重分担比が等しくなるようにした。また、このモデルにおいて3部材とも破壊する場合を構造破壊とする。



E_i : ith部材の弾性係数
C_i : ith部材の荷重分担率

図-1.

いま、E_1,E_2,E_3の比を変化させた場合について、破壊経路を調べ逐次展開式[1]を用いて、破壊確率P_fおよび信頼性P_Rを脆性破壊と延性破壊の場合について求めると、図-2のようになる。ここで、荷重Sは第2型漸近最大値分布、各部材の引張強度は対数正規分布に従うと仮定した。また、図-2において、横軸ν_0は安全性を示すパラメーターで次式より定めた。

$$\nu_0 = \sum_{i=1}^{3} \check{R}_i / S_c \qquad (1)$$

ただし、$\check{R}_i$は部材i（$i=1,2,3$）の強度のメジアン、S_cは荷重Sの特性最大値である。

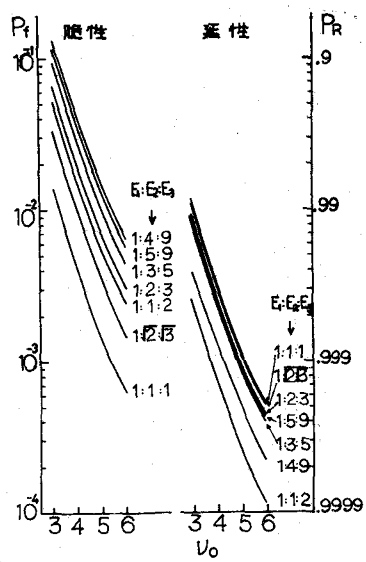


図-2.

図-2よりわかることは、脆性の場合は初期の荷重分担比の変化が小さいほど信頼性は高くなる傾向があるが、延性の場合はそのようなはっきりした傾向が見られないことである。また、脆性より延性の方が信頼性は高いが、その差は初期の荷重分担比によって異ってくる。

次に、最も危険な部材、すなわち初期の荷重分担が最大の部材の破壊と、構造破壊との関係を示すと図-3のようになる。

図-3からわかるように、延性の場合、最も危険な部材が最

初の段階で破壊しても、構造破壊まで至る割合は少ないが、脆性の場合はほとんど構造破壊まで至る。しかしどちらの場合も、構造破壊のうち最も危険な部材の破壊に起因しているものがほとんどを占めている。このことを考慮して、次のような破壊確率近似式を誘導した。

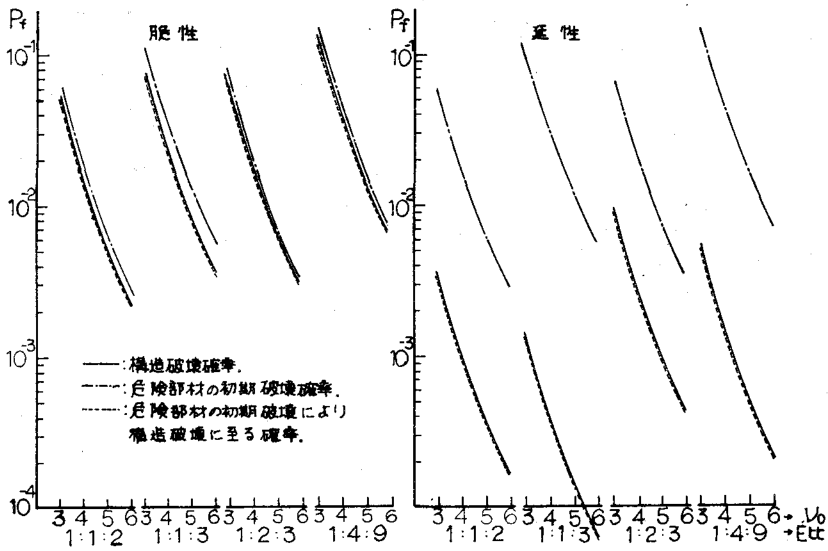


図-3. 危険部材の初期破壊と構造破壊確率

$P_f \fallingdotseq$ Prob(最初の段階で危険部材が破壊し、それが構造破壊につながる)

$\fallingdotseq$ Prob(最初の段階で危険部材が破壊する) − Prob(危険部材の破壊だけで止る)

$$= \int_0^\infty F_R(C_3x)\, f_S(x)\, dx - \int_0^\infty F_R(C_3x)\{1-F_R(C_1^3x)\}\{1-F_R(C_2^3x)\}\, f_S(x)\, dx \qquad (2)$$

ここに、$f_S(x)$: 荷重Sの確率密度関数; $F_R(x)$: 部材1,2,3 の引張強度の分布関数;

C_3 : 最初の段階での最も危険な部材3の荷重分担率;

C_1^3, C_2^3 : 最初の段階で部材3が破壊した場合、次の段階での部材1,2の荷重分担率。

3. 実際への適用例

1例として、図-4のような3部材よりなる1次不静定トラスに集中荷重が作用する場合を考える。荷重Sは第2型漸近最大値分布、各部材の引張強度は対数正規分布に従うと仮定し、また、2部材以上の破壊を以って構造破壊とする。そして、破壊確率の厳密値、および部材3が最も危険な部材であることを考慮して、式(2)より計算した近似値を示すと表-1のようになる。この表において ν_0は安全性を示すパラメーターで次式で定義する。

$$\nu_0 = \sum_{i=1}^{3} \breve{R}_{Si} / S_c \qquad (3)$$

ただし、$\breve{R}_{Si}$ は部材 i ($i=1,2,3$) の強度のメジアン $\breve{R}_i$ の荷重方向の成分、S_cは荷重Sの特性最大値である。表-1からわかるように、厳密値、近似値両者の値はほぼ等しくなっており、式(2)による近似が妥当であることがわかる。

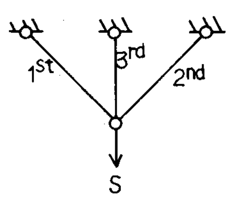


図-4.

表-1. トラスの破壊確率

		脆性		延性	
		厳密値	近似値	厳密値	近似値
P_f	$\nu_0=3$	6.03×10^{-2}	5.90×10^{-2}	1.48×10^{-2}	1.32×10^{-2}
	$\nu_0=6$	2.59×10^{-3}	2.51×10^{-3}	7.48×10^{-4}	7.41×10^{-4}

〈参考文献〉 1) 西村 昭:構造物の安全性と信頼性に関する理論, 昭和41年度"土木構造物の振動と安全性"講習会テキスト, PP.103-115, 1966.