不静定構造物の信頼性推定に関する基礎的研究

京都大学工学部　正員　白石成人
京都大学工学部　正員　古田均
日本電信電話公社　正員　○垂水國博

1．まえがき

一般に不静定構造物においては1部材の降伏を構造物全体の破壊とみなすことはできないものと考えられる。この場合，構造物の信頼性を推定するためには全体系の崩壊をとりあつかう必要があり，それらの崩壊モードは互いに独立とは考えられないために構造物全体の信頼性を正確に推定することは困難な問題とされてきた。従来の不静定構造物の信頼性推定法に関する研究には種々のものがあるがそのどれについても解の精度，計算時間などに問題があり，汎用性のあるすぐれた方法とはなっていないように思われる。したがって本研究では崩壊モードの相関を考慮して構造物全体の信頼性を安全側から精度よく推定する方法を提案するとともに，定式化を簡略にすることにより信頼性推定に要する計算時間の短縮をはかる。

2、不静定構造物の信頼性推定に対する近似式

いま崩壊モードiにおいて内部仕事量から外力による仕事量を引いた値が負になるときそのモードによって構造物は崩壊すると考える。以後その値を余裕強度Z_iとよぶ。本研究では構造物の最終の破壊状態に注目して極限解析を用いた。このときすべての崩壊モードの余裕強度Z_iは部材抵抗力と荷重の線形結合で表わされる。また各崩壊モード間の相関をつぎのように定義した。(1) Z_iとZ_jが完全独立；Z_iとZ_jにおいて互いに共通な確率変数を有さない。(2) Z_iとZ_jが完全従属；Z_iとZ_jにおいて互いにすべての確率変数が共通であり，それらの係数の比も等しい。(3) Z_iとZ_jが部分的に従属；Z_iとZ_jにおいていくつかの共通な確率変数を有する。

以上の仮定を用いることにより，Z_iの分散$\mu^{(2)}_{Z_i}$は各確率変数の分散の和で表わされ，Z_iとZ_jの共分散$\mu^{(2)}_{Z_iZ_j}$はZ_iとZ_jに共通な確率変数の共分散の和で表わされる。またZ_iとZ_jの相関係数$r_{Z_iZ_j}$は$r_{Z_iZ_j}=\mu^{(2)}_{Z_iZ_j}/(\mu^{(2)}_{Z_i}\cdot\mu^{(2)}_{Z_j})$と表わされる。

一般に構造物がn個の崩壊モードを持つとき，構造物全体の破壊確率P_fはつぎのように表わされる。

$$P_f = P_r(Z_1<0 \cup Z_2<0 \cup \cdots\cdots \cup Z_n<0) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (1)$$

ここで$P_r(Z_1<0 \cup Z_2<0 \cup \cdots\cdots \cup Z_n<0)$は$Z_1, Z_2, \cdots\cdots, Z_n$のうち少くとも1つが負になる確率を表わす。式(1)をド・モルガンの定理を用いて展開することにより，不静定構造物の信頼性推定に対する近似式としてつぎの式が提案される。

$$P_f \leq P_r(Z_1<0) + P_r(Z_2<0) + \cdots\cdots + P_r(Z_n<0)$$
$$- P_r(Z_1, Z_2) - max\{P_r(Z_1, Z_3), P_r(Z_2, Z_3)\} - \cdots\cdots - max\{P_r(Z_1, Z_n), \cdots, P_r(Z_{n-1}, Z_n)\} \quad \cdots\cdots(2)$$

ここに，$P_r(Z_i<0)$；Z_iが負となる確率，　$P_r(Z_i, Z_j)$；Z_iとZ_jが共に負となる確率

式(2)は数学的帰納法によって証明することが可能である．また$P_r(Z_i, Z_j)$はM.Tichy & M.Vorlicek の近似式[(1)]を適用することにより，つぎのように表わされる。

$P_r(Z_j<0) < P_r(Z_i<0)$ のとき

$$P_r(Z_i, Z_j) = P_r(Z_j<0) \cdot \left[P_r(Z_i<0) + r_{Z_iZ_j}^{\varphi_j+2}\{1 - P_r(Z_i<0)\}\right] \quad \cdots\cdots(3)$$

ここに，$r_{Z_iZ_j}$；Z_iとZ_jの相関係数

$$\varphi_j = -log_{10}\{P_r(Z_j<0)\}$$

3、数値計算結果

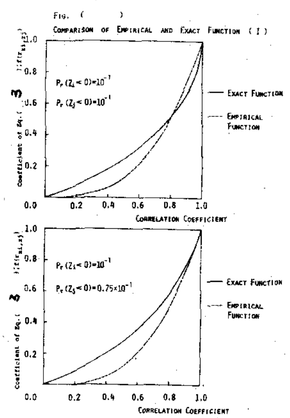
式(2),式(3)を用いて2,3のModelに対して数値計算を行ない,つぎのような結果が得られた。なお計算にあたっては$P_r(Z_i<0)$,($i=1, \cdots, n$)を大きい順番にならびかえてから計算を行なった。

1) $P_r(Z_i<0)$と$P_r(Z_j<0)$の値が同レベルでしかも相関係数が0.8以上のときに，式(3)を式(2)に適用した場合，P_fの値が危険側に出る可能性がある。しかし実際の構造物に適用した場合，P_fの値は数値積分を行なって求めた値に比べ安全側にあり，かつその誤差も小さい．(図(1),表(1)のProposed Methodの欄を参照)

2)2層ラーメンのように互いに相関の強い崩壊モードが支配的になると考えられるModelについては，モードを完全独立と仮定して解析する場合に比べ本手法を用いることの効果が大きい。またJ.Stevensonに準じた方法ではこの場合P_fの値が危険側に出る。(表(1)を参照)

3)2スパンラーメンのように互いに相関の弱い崩壊モードが支配的となると考えられるModelについてはJ.Stevensonに準じた方法のほうが本手法よりも精度よくP_fの値を推定できる。(表(2)を参照)

4)計算時間については，本手法はJ.Stevensonに準じた方法にくらべて50%以下となり，本手法のほうが有利と考えられる．(表(1),表(2)を参照)



図(1)

2層ラーメン

CALCULATED PROB. OF FAILURE

No.	Dependent	Independent	Simulation		J.Stevenson	Proposed Method
			Limit Analysis	Elastic analysis		
1	0.941×10^{-1}	0.462	0.118	0.722	0.113	0.157 0.132
			10^4 trials	10^4 trials	7.8 sec	2.5 sec
2	0.841×10^{-2}	0.369×10^{-1}	0.131×10^{-1}	0.414	0.112×10^{-1}	0.160×10^{-1} 0.147×10^{-1}
			10^4 trials	10^4 trials	7.2 sec	2.5 sec
3	0.271×10^{-3}	0.831×10^{-3}	0.640×10^{-3}	0.109	0.587×10^{-3}	0.710×10^{-3} 0.694×10^{-3}
			5×10^5 trials	10^4 trials	5.7 sec	2.5 sec

Proposed Method
Upper Value, by Tichys' Method
Lower Value, by Numerical Integration

表(1)

2スパンラーメン

CALCULATED PROB. OF FAILURE

No.	Dependent	Independent	Simulation		J.Stevenson	Proposed Method
			Limit Analysis	Elastic Analysis		
1	0.808×10^{-1}	0.200×10^{-1}	0.158×10^{-1}	0.736×10^{-1}	0.162×10^{-1}	0.169×10^{-1}
			5×10^4 trials	5×10^4 trials	4.2 sec	1.8 sec
2	0.808×10^{-2}	0.199×10^{-1}	0.158×10^{-1}	0.610×10^{-1}	0.163×10^{-1}	0.169×10^{-1}
			5×10^4 trials	5×10^4 trials	3.6 sec	1.8 sec

表(2)

(参考文献)

(1) M.Tichy and M.Vorlicek, "Safety of Reinforced Concrete Framed Structures" International Symposium on the FlexuralMechanics of Reinforced Concrete Miami Fla.,Nov.,1964