

トラス構造物の最適設計に関する一考察

京都大学工学部 正員 白石 成人

京都大学工学部 正員 谷口 健男

京都大学大学院 学生員 古田 均

1. まえがき ----- トラス構造物の最小重量設計を考える場合、幾何学的形状を考慮することは重要である。幾何学的形状とは topology および geometry により構成され、この両者の組合せにより定義されるものである。構造物の節点、部材の数、その配置、位置が変われば、その応力分布、伝達経路が変わり、系自体の構造特性に違いが生じる。よって、形状の変化が重量に与える影響を及ぼすと考えられる。本研究では、トラスとその形状特性から graph とみなし、1) 節点系の設定、2) 部材系の設定、3) 断面諸量のつづき設計の基盤におき、節点系の影響を考え、以前に提案した部材付加法による最適形状を求める手法⁽¹⁾の適用例を示し、産生条件を考慮した場合の部材付加法と合わせて提案する。

2. 節点系について ----- 設計の第一段階に位置するのが節点系の設定である。ここでいう節点系とはトラスを構成する節点の数およびそれらの座標位置を含めたものである。節点系の設定とは、荷重載荷点からその反力を受持つ支持点への力の伝達ルートの大筋を定めることである。節点系の一部(荷重点、支持点)は最初に与えられており最適化の過程において動かしえないと仮定すると(もちろんこの仮定を解除することは可能である)、節点系の設定とは載荷点と支持点との間の節点の配置をどのようにするかということになる。この節点系のとり方としては、Dorn等が提案している種子状のものが考えられる。しかし、この場合その最終形状はその初期形状の影響を受け、残る部材の位置や向き、結合状態は限られたものとなり、geometry の影響が十分反映されていない。そこで、モンテカルロ法により節点を発生させることも考える。その手法としては、決められた領域内に任意個数の節点を発生させる方法と、その設計領域を任意個数のメッシュに分割し、その各小領域内に1個の節点を発生させる方法が考えられる。もちろん理想的な形としては前者が望ましいわけであるが、ここでは簡単のため後者の考え方を採用し、節点個数は一定としてその座標位置をモンテカルロ法により発生させることを考える。このように行くと最適化過程の前に節点位置が固定され、節点位置を直接設計変数ととり最適化に含めず時に生じる収束性の問題が解消でき、節点位置という geometry と部材数、その配置という topology の最適形状への影響との関連度が明らかとなる。

3. 部材系について ----- 部材系は節点系の確定により大きく支配される副次的なものであるが、その部材数、配置という自由度を未だもつ。Dorn等の部材消去法を用いると、2で規定した節点全てを互いに連結した Ground Structure より最適化を行ない、不要な部材を削除することにより最適形状が得られる。しかし、節点数が増大するとこの Ground Structure の部材数は非常に多くなり実用に供さなくなる。そこで本方法では部材付加法による考え方をとる。以下その定式化を示す。いま初期形状として静定系ととり非静定部材を付加することと考える。静定構造物の平衡方程式は、

$$P' = B \cdot P \quad (1) \quad P': \text{節点外力} \quad B: \text{平衡行列}$$

となり、部材力 P は $P = B^{-1} \cdot P'$ (2) となる。
 いま1本の部材を付加し、その部材力を不特定力 q とすると

$$\begin{pmatrix} P' \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B & B' \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P \\ q \end{pmatrix} \quad (3)$$

となり部材力は $\begin{pmatrix} P \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B^{-1} & -B^{-1}B' \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P' \\ q \end{pmatrix} \quad (4)$

となる。制約条件として許容応力の制限を考えると、その最小重量設計は

$$W = K \cdot l \cdot A \longrightarrow \text{Min.}$$

Subject to $-\sigma_{all} \cdot A \leq \begin{pmatrix} B^{-1} & -B^{-1}B' \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P' \\ q \end{pmatrix} \leq \sigma_{all} \cdot A \quad (5)$

ここで σ_{all} : 許容応力 l : 部材長 A : 断面積 K : 定数

となる。この時、図1のトラスの設計で図2の静定トラスを初期形状とすると、

$$B = \begin{pmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{pmatrix} \quad (6) \quad B^{-1} = \begin{pmatrix} B_1^{-1} & 0 \\ 0 & B_2^{-1} \end{pmatrix} \quad (7)$$

となり、平衡行列 B の逆行列は平面系であれば (2×2) の逆行列演算で求まることになる。また LP 演算において式(5)の q に関する部分は独立なものとなり、Upper Bound Technique を用いることにより、 A と q の設計変数を分離して計算することが可能となり、不要な要素が pivot 演算に含まれず、計算時間の短縮が期待でき、その要素は他の要素により簡単に誘導できるので記憶容量の節約も可能となる。この部材付加法はもうろん消去法に比して、最適性の保証はなく、初期形状、付加する部材の順番により大きく解が異なることになる。しかし、構造物の用途、特性、荷重条件を考慮し、想定される各部材の役割を十分認識することにより最適とまではいえないながらもかなりの成果があげられると考えられる。

4. 座圧条件を考慮した部材付加法 ----- 一般の設計では、座圧条件を考慮せずに最適形状を求め、その後座圧に関する制約を導入し、断面積を増加させ細長比を減少させることにより安全性を確保している。しかし、座圧の影響は非線形であり単に断面積を増加させるよりも形状を変化させた方が有利になる場合があると思われる。いま部材消去法を用い座圧条件を active に作用させると、不要部材であってもその断面積は0となりえず何らかの値をもつ。不要部材の判定が困難となる。そこで許容応力条件のみで得られた結果を利用するために、座圧が生じる部材の中心に釘に節点を導入し、部材長を減少させその近傍の節点との間に部材を付加することを考える。この場合、部材数だけでなく節点数も変化することになる。

5. 結論及びおわりに ----- 節点位置をモンテカルロ法により発生させ geometry の形状への影響を探り、節点系の設定に関する考察を加えた。その結果を利用しそこに部材を付加していくことにより最適な形状を求め、近似的法を提案し、座圧条件を考慮する場合の適用方法の一例を示した。最後に本研究に際し、御助力を賜った京都大学大学院生、北園茂喜、入江新吾両氏に感謝の意を表する。

参考文献 1) 小田代, "骨組構造の最適設計に関する一考察", 剛体計算論 548 2) Dorn (P, "Automated Design of Optimum Structures", J. de Mehanique, 1964

図1. Truss Example

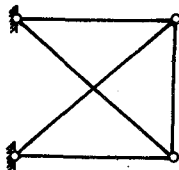


図2. Determinate System

