

変断面連続ばりの塑性設計

立命館大学 正員。伊藤 満
名古屋大学 正員 福本 晴士

(1) はじめに

本研究は、荷重の移動性を考慮した $(n+1)$ 個の支点をもち変断面連続ばりの最小重量塑性設計を行なったものである。設計は、塑性解析の下界定理を用いて影響線的な考え方に基いて行ない、線荷重、分布活荷重、等分布死荷重の任意の組合せ設計荷重が、種々の荷重比で作用する場合、はりに必要とされる抵抗塑性モーメント分布を求めた。さらに、重量最小化を目的として、任意の死活荷重比に対する最適支間割りについて等断面連続ばりとの比較検討を行なった。

(2) 抵抗塑性モーメント

はり上を移動する荷重が、はりのどこに位置しても崩壊メカニズムを形成するやうに最小必要はりの抵抗塑性モーメントを求め、しかも、崩壊荷重が同一となるやうな抵抗塑性モーメントであれば、これが理想断面ばりとなる。この考えをもとに、図-1に示すやうな線荷重 $P = S \frac{M_k}{L}$ 、分布活荷重 $p = \alpha S \frac{M_k}{L}$ 、および、等分布死荷重 $q = \beta \frac{M_k}{L}$ による n スパン連続ばりの必要抵抗塑性モーメントは、文献²⁾と同様に塑性解析の下界定理を用いて求めることができる。

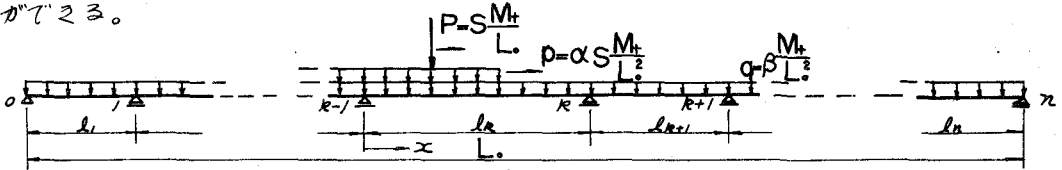


図-1

上図の荷重状態に対する支点 $k-1$ と支点 k 間の抵抗塑性モーメント分布は、

$$\frac{M_k(x)}{M_k} = S \left[\left(\frac{x}{l_k} \right) X_p + \alpha \left(\frac{x}{l_k} \right)^2 X_p \right] + \beta \left(\frac{x}{l_k} \right) X_g \quad (1)$$

ここに、

$$X_p = \begin{cases} \frac{1}{2} [\bar{a}_k - (\bar{a}_k + \bar{b}_k) (\frac{x}{l_k})] & , \quad (0 \leq \frac{x}{l_k} \leq \bar{a}_k) \\ \frac{1}{2} [(\bar{a}_k - \bar{b}_k + 2) (\frac{x}{l_k}) - 2 (\frac{x}{l_k})^2 - \bar{a}_k] & , \quad (\bar{a}_k \leq \frac{x}{l_k} \leq 1 - \bar{b}_k) \\ \frac{1}{2} [(\bar{a}_k + \bar{b}_k) (\frac{x}{l_k}) - \bar{a}_k] & , \quad (1 - \bar{b}_k < \frac{x}{l_k} \leq 1) \end{cases}$$

$$X_g = \begin{cases} \frac{1}{4} [\bar{c}_k (1 - \bar{d}_k) - (\bar{c}_k - \bar{d}_k) (\frac{x}{l_k})] & , \quad (0 \leq \frac{x}{l_k} \leq \bar{c}_k) \\ \frac{1}{4} [\bar{c}_k (\bar{d}_k - 1) + (\bar{c}_k - \bar{d}_k + 2) (\frac{x}{l_k}) - 2 (\frac{x}{l_k})^2] & , \quad (\bar{c}_k < \frac{x}{l_k} \leq 1 - \bar{d}_k) \\ \frac{1}{4} [\bar{c}_k (1 - \bar{d}_k) - (\bar{c}_k - \bar{d}_k) (\frac{x}{l_k})] & , \quad (1 - \bar{d}_k < \frac{x}{l_k} \leq 1) \end{cases}$$

$$X_g = \begin{cases} \frac{1}{2} [\bar{c}_k (1 - \bar{d}_k) - (\bar{c}_k - \bar{d}_k + 1) (\frac{x}{l_k}) + (\frac{x}{l_k})^2] & , \quad (0 \leq \frac{x}{l_k} \leq \bar{c}_k) \\ \frac{1}{2} [\bar{c}_k (\bar{d}_k - 1) + (\bar{c}_k - \bar{d}_k + 1) (\frac{x}{l_k}) - (\frac{x}{l_k})^2] & , \quad (\bar{c}_k \leq \frac{x}{l_k} \leq 1 - \bar{d}_k) \\ \frac{1}{2} [\bar{c}_k (1 - \bar{d}_k) - (\bar{c}_k - \bar{d}_k + 1) (\frac{x}{l_k}) + (\frac{x}{l_k})^2] & , \quad (1 - \bar{d}_k < \frac{x}{l_k} \leq 1) \end{cases}$$

$$M_k = 2PL_0 + \beta L_0^2 + \beta L_0^2, \quad k=1, 2, 3, \dots, n.$$

$\bar{a}_k, (\bar{c}_k)$ は、線荷重 (分布活荷重, 等分布死荷重) による支点 $k-1$ 付近におけるはりの正の抵抗塑性モーメント M_k と負の抵抗塑性モーメント M_k が同一値となる断面位置を示す。同様に、 $\bar{b}_k, (\bar{d}_k)$ は、支点 k 付近において $M_k = M_k$ とする断面位置を示す。 $\lambda_k = l_k / l_0$, l_0 は、

基準スパン長さ。 \$K\$ 支点上の抵抗塑性モーメントの連続性より次の関係式を得ることができ
 ます。

$$\begin{cases} \bar{b}_k = \bar{a}_k \lambda_{k+1} / \lambda_k \\ \bar{c}_k (1 - \bar{c}_k) = \bar{c}_{k+1} (1 - \bar{c}_{k+1}) (\lambda_{k+1} / \lambda_k)^2 \end{cases}, (k=1, 2, \dots, n) \quad (2)$$

また、はり部材の単位長さ当りの重量 \$W\$ と塑性モーメント \$M_p\$ との間に \$W = K_1 + K_2 M_p\$ (\$K_1, K_2\$ は断面形状により決まる定数) の関係がありとし、 \$n\$ スパン連続ばりの重量因数 \$W\$ を求めると次のようになる。

$$W/M_{HL} = S (R_p + \alpha R_f) + \beta R_g \quad (3)$$

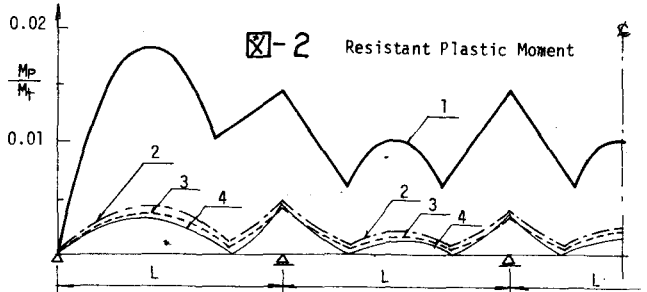
$$\begin{aligned} R_p &= [2 \sum \lambda_i^2 - 3 \sum \{\lambda_i^2 (\bar{a}_i + \bar{b}_i)\} + 6 \sum \{\lambda_i^2 (\bar{a}_i^2 + \bar{b}_i^2)\} - 2 \sum \{\lambda_i^2 (\bar{a}_i^3 + \bar{b}_i^3)\}] / 12 (\sum \lambda_i)^2 \\ R_f &= [2 \sum \lambda_i^3 + 6 \sum \{\lambda_i^3 (1 - \bar{c}_i - \bar{c}_i) \bar{c}_i \bar{c}_i\} - 3 \sum \{\lambda_i^3 (\bar{c}_i + \bar{c}_i)\} + 6 \sum \{\lambda_i^3 (\bar{c}_i^2 + \bar{c}_i^2)\} - \\ &\quad 2 \sum \{\lambda_i^3 (\bar{c}_i^3 + \bar{c}_i^3)\}] / 24 (\sum \lambda_i)^3 \\ R_g &= [\sum \lambda_i^3 + 6 \sum \{\lambda_i^3 (1 - \bar{c}_i - \bar{c}_i) \bar{c}_i \bar{c}_i\} - 3 \sum \{\lambda_i^3 (\bar{c}_i + \bar{c}_i)\} + 6 \sum \{\lambda_i^3 (\bar{c}_i^2 + \bar{c}_i^2)\} - \\ &\quad 2 \sum \{\lambda_i^3 (\bar{c}_i^3 + \bar{c}_i^3)\}] / 12 (\sum \lambda_i)^3 \end{aligned}$$

上式を最小にする \$\bar{a}_i, \bar{b}_i, \bar{c}_i, \bar{c}_i\$ を求め、この値を式(1)に代入するとはりに必要な最小抵抗塑性モーメントを得ることができ。図-2は、図-1の荷重状態における5径間連続ばりの、表-1に示す荷重比 \$P:qL_0:qL_0\$ の4通りの組合せに対する \$M_p/M_H\$ 値を縦軸に、横軸にスパン長 \$L\$ を示したものである。図-3は、3スパン連続ばり為例にとり、種々の死活荷重比に対して最小重量を目的とした最適支間割りについで、縦軸に重量因数を \$M_H\$ で無次元化した量とし横軸に側スパン長 \$L_1\$ と中スパン長 \$L_2\$ の比をとって示したものである。図中、細線群は、等断面ばりに対するものを示す。

表-1

曲線	\$P:qL_0:qL_0\$	\$S\$	\$\alpha\$	\$\beta\$	\$M_f\$	\$L_0\$ (m)
1	1:0:0	0.5	0	0	2PL	\$L_0\$
2	1:7:20	0.035	7	0.69	29	100
3	1:21:60	0.012	21	0.72	83	300
4	0:0:1	0	0	1.0	\$qL_0^2\$	\$L_0\$

(ただし、\$\alpha = 0.07L_0\$)



(3) あとがき

\$n\$ 径間変断面連続ばりの最小重量塑性設計を行ない5径間連続ばりの各種の荷重比に対する抵抗塑性モーメント分布を求めた。また、重量最小化の点から、各種の死活荷重比に対する対応する径間連続ばりの最適支間割りについで検討し、等断面ばりとの比較を行なった。

参考文献

- 1) M.R. Horne: Preliminary Publication and Final Report; IABSE, 7th. Congress, 1953.
- 2) 福井 伊藤: 変断面ばりの塑性設計に関する一考察, 土木学会論文報告集, 1971.

