

# 斜張橋におけるサグの評価

大阪大学工学部 正員 前田幸雄  
 大阪大学工学部 正員 林 正  
 大阪大学大学院 学生員 前田研一  
 大阪大学工学部 生野幸三

1. まえがき 大径鋼斜張橋においては、ケーブルにプレストレスを導入した場合にも、サグの影響が無視され得ない。したがって、ケーブル部材のサグの影響を考慮した非線形解析が必要である。本文は  $E_{mat}$  の修正弾性係数<sup>3)</sup>を用いる従来の解析法<sup>4,5)</sup>の問題点を指摘し、サグの影響を考慮したケーブル部材の計算式を誘導したものである。本計算式を組み込む解析法はすでに発表したもの<sup>6)</sup>があるが、ここではさらに計算に便利な形の式を示す。

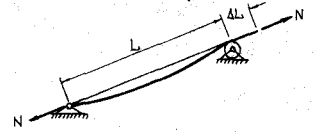


図-1 ケーブルのモデル

2. 修正弾性係数を用いる解析法の問題点  $E_{mat}$  の修正弾性係数を  $E_i$  として、 $E_i$  は次式で定義される。

$$E_i = \sigma / (\epsilon_e + \epsilon_f) \quad (\sigma: \text{ケーブルの軸応力}, \epsilon_e: \text{弾性歪}, \epsilon_f: \text{塑性歪}) \quad (1)$$

すなわち、真の弾性係数  $E_e$ 、形状変化に対応する見かけの弾性係数  $E_f$ 、

$$E_e = \sigma / \epsilon_e, \quad E_f = \sigma / \epsilon_f \quad (2)$$

を用いれば、最終的に つぎのように表現される。

$$E_i = E_e / (1 + \epsilon_e / \epsilon_f) \quad (3)$$

(しかしながら、 $E_{mat}$  は 上式の  $E_f$  を 図-1 に示すようなケーブルのモデルを考慮して、

$$E_f = \frac{L}{A} \frac{dN}{d\Delta L} = \lim_{\Delta N \rightarrow 0} \left( \frac{\Delta N}{A} \right) / \left( \frac{\Delta \Delta L}{L} \right) = \lim_{\Delta N \rightarrow 0} \frac{\Delta \sigma}{\Delta \epsilon} = \frac{d\sigma}{d\epsilon} \quad (N: \text{ケーブルの軸力}, \Delta L: \text{ケーブル両端点の軸方向変位}, A: \text{断面積}) \quad (4)$$

なる式で与えているため、(2)式の  $E_f$  とは異なり、軸歪による軸応力の微係数を表している。

さらに、 $E_{mat}$  は (1)式に(4)式を代入して、具体的に、つぎのような実用公式

$$E_i = E_e \left\{ 1 + \frac{(rL)^2 \cos^2 \alpha}{12 \sigma^2} E_e \right\} \quad (r: \text{ケーブルの半径}) \quad (5)$$

を与えているが、この公式は Livesley<sup>4),5)</sup> が簡略化計算から誘導した接線剛性により換算される弾性係数と全く同一のものである。

ゆえに、以上のことから、 $E_{mat}$  の修正弾性係数は接線剛性と評価されるものであり、これを接線剛性行列に用いることは可能であるが、部材張力の計算や、それによる不平衡力の計算に用いることは明らかに間違っている。Livesley もこのことを指摘し、ケーブル方程式が必要であると提言している<sup>4)</sup>。また、この接線剛性を用いて非線形解析を行なうとき、Newton-Raphson 法が発散しやすいことも示されている<sup>5)</sup>。

## 3. ケーブル部材の計算式

(1) ケーブル方程式<sup>6)</sup> 図-2 に示すような、等分布荷重  $w$  が載荷される放物線ケーブルを考えた、ケーブルの伸びに関して、次式のようなケーブル方程式を考える。

$$C - \Delta C - C_0 = 0 \quad (C: \text{ケーブルの長さ}, \Delta C: \text{伸長}, C_0: \text{無伸長長})$$

上式は サグ比  $n = f/l$  に関する超越方程式となり、 $l, \delta$  が与えられれば、 $n$  が決定され、さらに、材端力が計算される。

(2) 接線剛性行列 ケーブルの長さ  $C$  に近似式を用いて、ケーブル方程式である(6)式を 次式のように表わす。

$$l\sqrt{1+m^2} + \frac{8l}{3(1+m^2)^{3/2}} n^2 - \frac{wl}{8NEA}(1+m^2 + \frac{16}{3}n^2) - C_0 = 0 \quad (7)$$

ここに、 $m = \delta/l$ ,  $w = wl$  である。上式から得られる  $n, l, \delta$  の増分の関係は

$$\left. \begin{aligned} \Delta H_a &= -\Delta H_b = \frac{W}{8NE} \Delta n \\ \Delta V_a &= -\Delta V_b = \frac{mW}{8NE}(m \Delta n + \frac{m^2}{2} \Delta l - \frac{1}{2} \Delta \delta) \end{aligned} \right\} (8)$$

なる材端力の増分の式に代入すれば、 $\Delta l = \Delta U_b - \Delta U_a$ ,  $\Delta \delta = \Delta U_b - \Delta U_a$  なることより、材端力の増分  $\Delta F$  と節点変位の増分  $\Delta D$  に関する式を導くことができる。すなわち、 $\Delta F$  を接線剛性行列、 $T$  を座標変換行列として、つぎのようである。

$$\Delta F = T \cdot \Delta K \cdot T^T \cdot \Delta D \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ここに、} \quad T &= \begin{bmatrix} T' & 0 \\ 0 & T' \end{bmatrix} \quad T' = \begin{bmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad \Delta K = \begin{bmatrix} k_x & -k_y \\ -k_y & k_x \end{bmatrix} \quad k_x = k \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix} \\ k &= \frac{EA}{L} \left\{ 1 - \frac{16}{3} \left( \frac{l}{L} \right)^2 n^2 + \frac{128EA}{3W} \left( \frac{l}{L} \right)^3 n^3 \right\}, \quad a = \frac{C_0}{L}, \quad b = \left( 1 - \frac{C_0}{L} \right) - \frac{4W}{3EA} \left( \frac{l}{L} \right) n - \frac{40}{3} \left( \frac{l}{L} \right)^2 n^2 \end{aligned} \right\} (10)$$

4. 数値計算例 図-3, 表-1 に示すような、径間長 700m の大径間斜張橋の計算を行なった。死荷重は 鋼材の実重量と 舗装、軌道等に対応する荷重 4.55 t/m を全載し、活荷重は 7.52 t/m を中央径間に半載した。計算結果の一部を 表-2 ~ 4 に示しておく。

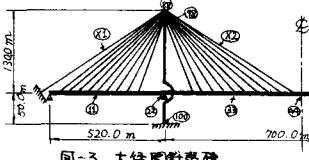


図-3 大径間斜張橋  
表-1 断面仕様量

部材	A (m <sup>2</sup> )	I (m <sup>4</sup> )	E (t/m <sup>2</sup> )
桁	0.5	10.0	2.1 × 10 <sup>7</sup>
塔	上端部	0.9	3.5
	その他	1.2	3.0
ケーブル	最上段	0.07	0.0
	その他	0.05	0.0

表-2 最上段ケーブルのサグ比、軸力と応力

荷重	解析法	ケーブル: X1				ケーブル: X2			
		n	N		σ <sub>max</sub>	n	N		σ <sub>max</sub>
			(t)	(t/m <sup>2</sup> )			(t)	(t/m <sup>2</sup> )	
死荷重	線形	—	1967	28100	—	1344	19200	—	
	非線形 (サグ考慮)	—	1951	27871	—	1344	19200	—	
死活荷重	線形	0.0134	1937	2011	28729	0.0162	1640	1570	28929
	非線形 (サグ考慮)	—	2802	40029	—	1240	19774	—	
死活荷重	線形	—	2852	40793	—	1434	20484	—	
	非線形 (サグ考慮)	0.0094	2771	28945	40643	0.0160	1660	1590	23742

表-3 最上段ケーブルの 11 修正弾性係数 (線形解析) (× 10<sup>5</sup> t/m<sup>2</sup>)

	X1	X2
死荷重	0.8695	0.3940
死活荷重	1.3793	0.3231

表-4 各節点の変位と軸力 (× 10<sup>4</sup> t)

節点	解析法	死荷重			死活荷重		
		線形 (サグ無視)	非線形 (サグ考慮)	非線形 (サグ考慮)	線形 (サグ無視)	非線形 (サグ考慮)	非線形 (サグ考慮)
V <sub>1</sub> (m)	線形	-0.078	-0.087	0.025	-0.881	-0.924	-1.020
	非線形	1.284	1.292	0.980	1.160	1.184	1.368
V <sub>2</sub> (m)	線形	2.574	2.562	1.867	0.969	1.157	1.343
	非線形	0.571	0.567	0.649	0.277	0.287	0.308
M <sub>1</sub> (t/m <sup>2</sup> )	線形	-0.353	-0.346	-0.079	-1.820	-1.888	-2.087
	非線形	2.719	2.716	-2.286	-3.350	-1.692	-1.601
M <sub>2</sub> (t/m <sup>2</sup> )	線形	-0.594	-0.591	-0.034	0.102	0.242	0.391
	非線形	2.693	2.697	1.787	3.314	1.390	1.371
M <sub>3</sub> (t/m <sup>2</sup> )	線形	0.232	0.232	0.132	2.568	2.618	2.520
	非線形	0.780	0.783	-0.552	-2.614	-2.137	-2.113

5. あとがき 本文における議論から、 $\epsilon_{mat}$  の修正弾性係数を用いる解析法には 明らかに問題があり、本文で誘導した、サグの影響を考慮するケーブル部材の計算式を用いることが 適当であると思われる。さらに、この計算式を用いれば、ケーブルマニーク構造として解析する場合に比較し、計算時間、記憶容量の点で、極めて合理的である。

[Reference] 1) H.J.Ernst : Der E-Modul von Seilen unter Berücksichtigung des Durchhanges, Bauingenieur, Heft 2 1965. 2) B.E.Lazar : Stiffness Analysis of Cable-Stayed Bridges, Proc. of ASCE, ST5, 1972. 3) M.C.Tang : Analysis of Cable-Stayed Girder Bridges, Proc. of ASCE, ST5, 1971. 4) R.K.Livesley : Matrix Method of Structural Analysis, Pergamon Press, London, 1969, pp.247-252. 5) R.K.Livesley : Automatic Design of Guyed Masts Subject to Deflection Constraints, Int. J. Num. Meth. in Eng., Vol.2, No.1, 1970. 6) Y.Maeda, M.Hayashi & K.Maeda : Large Deformation Analysis of Cable-Stayed Girder Bridges, Tech. Rep. of Osaka Univ., Vol.24, No.1183, 1974.