

曲けを受ける曲線プレートガーダー腹板の非線形挙動

関西大学工学部 正員 三上市 蔵
 関西大学大学院 学生員 ○古西 和丸
 関西大学工学部 正員 末次 博

1. まえがき 曲線橋の構造解析法に関しては多くの研究がなされているが、それらは断面力や応力分布を決定するための理論が主で、腹板と補剛材の設計に関しては直線橋の最小腹板厚および補剛材必要剛度の規定がそのまゝ準用されているようである。曲線プレートガーダーおよび曲線箱桁の腹板はその面外に曲率を有しているので円筒シェル理論によって解析される必要がある。Culver,¹⁾²⁾³⁾ Wachowiak,⁴⁾ Abdel-Sayed⁵⁾らは円筒シェル理論による研究を行なっているが、いずれも単純理論もしくは線形化理論によっている。とくに円周方向に応力を受ける場合は非線形理論によって解析される必要があると思われる。そこで上下フランジおよび2つの鉛直補剛材で囲まれた円筒腹板パネルが純曲けを受ける場合を対象に、薄肉シェルの非線形理論を用いて差分法により解析を行なった。

2. 基礎方程式 図-1に示すような弧に沿った長さ a 、腹板高 b 、板厚 h 、曲率半径 r の等方性円筒腹板パネルを考える。座標軸は図-1のようにとり、変位は図-1のようには、断面力は文献⁶⁾と同様に定義する。釣合式⁶⁾はつぎのようになる。

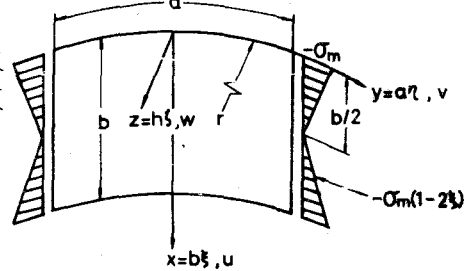


図-1 純曲けを受ける円筒腹板パネル

$$\left. \begin{aligned} N_{x,x} + N_{xy,y} + N_y \frac{1}{r} w_{,x} &= 0 \\ N_{y,y} + N_{xy,x} - \frac{1}{r} (M_{y,x} - M_{xy,x}) &= 0 \\ M_{x,xx} + 2M_{yx,xy} + M_{y,yy} + N_x w_{,xx} + N_y \left(\frac{1}{r} w_{,yy} \right) + 2N_{xy} w_{,xy} &= 0 \end{aligned} \right\} (1)$$

断面力と変位の非線形関係式⁷⁾はつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} N_x &= \frac{Eh}{1-\nu^2} (u_{,x} + \nu u_{,y} - \nu \frac{w}{r} + \frac{1}{2} w_{,x}^2 + \frac{\nu}{2} w_{,y}^2), & M_x &= -D (w_{,xx} + \nu w_{,yy} + \nu \frac{w}{r^2}) \\ N_y &= \frac{Eh}{1-\nu^2} (\nu u_{,x} + u_{,y} - \frac{w}{r} + \frac{\nu}{2} w_{,x}^2 + \frac{1}{2} w_{,y}^2), & M_y &= -D (\nu w_{,xx} + w_{,yy} + \frac{w}{r^2}) \\ N_{xy} = N_{yx} &= \frac{Eh}{2(1+\nu)} (u_{,y} + \nu u_{,x} + w_{,x} w_{,y}), & M_{xy} = -M_{yx} &= -D(1-\nu) \left(\frac{1}{r} u_{,x} + w_{,xy} \right) \end{aligned} \right\} (2)$$

ここに E は弾性定数、 ν はポアソン比、 D は曲げ剛さである。

膜力をつぎのように置きかえる。

$$N_x = N_{x0} + \bar{N}_x, \quad N_y = N_{y0} + \bar{N}_y, \quad N_{xy} = N_{xy0} + \bar{N}_{xy} \quad (3)$$

ここに

$$N_{x0} = N_{xy0} = 0, \quad N_{y0} = -\sigma_m h \left(1 - \frac{2\xi}{b} \right) \quad (4)$$

である。面内変位を $u = u_0 + \bar{u}$ 、 $v = v_0 + \bar{v}$ と分けると

$$N_{x0} = \frac{Eh}{1-\nu^2} (u_{0,x} + \nu u_{0,y}), \quad N_{y0} = \frac{Eh}{1-\nu^2} (\nu u_{0,x} + v_{0,y}), \quad N_{xy0} = \frac{Eh}{2(1+\nu)} (u_{0,y} + \nu u_{0,x}) \quad (5)$$

$$\bar{N}_x = \frac{Eh}{1-\nu^2} (\bar{u}_{,x} + \nu \bar{v}_{,y} - \nu \frac{w}{r} + \frac{1}{2} w_{,x}^2 + \frac{\nu}{2} w_{,y}^2), \quad \bar{N}_y = \frac{Eh}{1-\nu^2} (\nu \bar{u}_{,x} + \bar{v}_{,y} - \frac{w}{r} + \frac{\nu}{2} w_{,x}^2 + \frac{1}{2} w_{,y}^2), \quad \bar{N}_{xy} = \frac{Eh}{2(1+\nu)} (\bar{u}_{,y} + \nu \bar{u}_{,x} + w_{,x} w_{,y}) \quad (6)$$

である。よって

$$u_0 = \nu \varepsilon_m x \left(1 - \frac{x}{b} \right) - \frac{\varepsilon_m \nu y^2}{b} - \nu \frac{\varepsilon_m b}{4}, \quad v_0 = -\varepsilon_m y \left(1 - \frac{2\xi}{b} \right) \quad (7)$$

ここに $\epsilon_m = \sigma_m / E$ である。式(1)~(6)の関係より変位 \bar{u}, \bar{v}, w で表わされた非線形の基本方程式が3つ得られる。

3. 境界条件式 境界条件式をつぎに示す。

(i) $x=0, b$ において

$$\bar{u}_{,xx} + \frac{1}{2}w_{,x}^2 = 0, \bar{v} = 0, w = 0, w_{,xx} \pm \frac{C_b}{D} w_{,xyy} = 0 \quad (8)$$

ここに C_b はフランジのねじり剛さである。

(ii) $Y=a/2$ において

$$\bar{u} = 0, \bar{v} = 0, w = 0, w_{,yy} = 0 \quad (9)$$

(iii) $Y=0$ において 対称条件より

$$\bar{u}(y) = \bar{u}(-y), \bar{v}(y) = -\bar{v}(-y), w(y) = w(-y) \quad (10)$$

4. 数値計算結果とその考察 荷重パラメータ

としては σ_m の代りに座屈係数に相当する $k_m = \sigma_m b^2 h / \pi^2 D$ を用いた。差分法としては1方向全分点差分法(1方向には設けた分点をすべて用いて高精度差分表示する方法)を用いた。基礎方程式は非線形項を含んでいるので、加速Jacobi法およびAitkenの外挿法を用いて収束を早めるようにした。以下に $a/b=1.0, C_b/D_b=0$ の場合の結果の一例を示す。

パネル中央断面における円周方向膜応力分布を図-2に示す。これより b^2/rh の値が大きいほど膜応力の減少が大きい。直線桁腹板においては引張領域の応力減少はあまりないが、曲線桁腹板においては圧縮領域と同程度に減少することがわかる。円周方向の腹板の曲げ応力分布を図-3に示す。一般に引張領域における曲げ応力は圧縮領域におけるものより大きい。よってこの曲げ応力を減少させ、膜応力の減少を防ぐためには水平補剛材を圧縮領域ばかりでなく引張領域にも配置する必要があるものと考えられる。

パネル内の任意点で最初に降伏が生じた場合を設計の限界とし、その荷重を σ_m で表わす。鋼材SS41に対する結果は図-4の実線のようになる。同図において破線はCulverの提案値¹⁾を示しており、この提案値は部分的な降伏を許しているのがわかる。

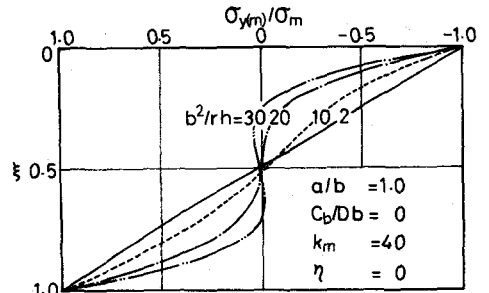


図-2 円周方向膜応力分布と b^2/rh の関係

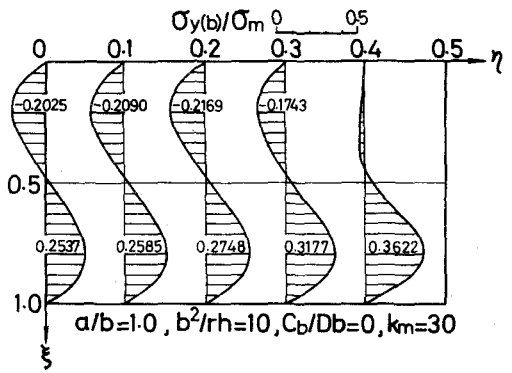


図-3 円周方向の腹板の曲げ応力分布

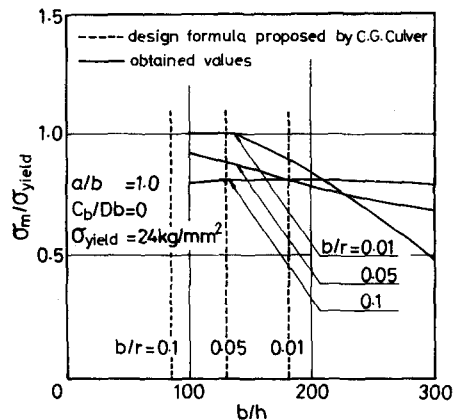


図-4 パネルの降伏と幅厚比の関係

1)Culver,C.G., Dym,C.L. & Brogan,D.K., Proc.ASCE, 98(1972), ST10, 2291-2308. 2)Culver,C.G., Dym,C.L. & Uddin,T., Proc.ASCE, 99(1973), ST3, 417-430. 3)Mariani,N. et al., Proc.ASCE, 99(1973), ST4, 757-771. 4)Dabrowski,R. & Wachowiak,J., Proc. Colloquium of Design of Plate and Box Girders for Ultimate Strength, IABSE, 11(1972), 337-352. 5)Abdel-Sayed,G., Proc.ASCE, 99(1973), ST3, 511-525. 6)Timoshenko,S. & Woinowsky-Krieger,S., Theory of Plates and Shells, 2nd ed., McGraw-Hill, 1959. 7)Donnell,L.H., Trans.ASME, 56(1934), 12, 795-806.