

プレートガーダー-腹板の非線形解析

関西大学工学部 正会員 米沢 博  
 関西大学工学部 正会員 三上 市蔵  
 関西大学工学部 正会員 堂垣 正博  
 関西大学大学院 学生員 ○木村 作郎

ま之がき 近年、構造物の幾何学的あるいは材料的非線形問題の解析が年々盛んになっている。<sup>(1,2,3)</sup>ここでは、純曲げを受けるプレートガーダー-腹板を初期たわみを考慮した有限変形理論に基づいて解析する。それより、プレートガーダーの製作上不可避的に生じる初期たわみが、座屈後のたわみあるいは膜応力にどのように影響するかを調べた。また、理論の妥当性を検討するために全溶接プレートガーダー-模型に対して2点載荷し、けた中央の純曲げパネルについて実験を行なった。

基礎微分方程式 図-1に示す上下フランジと鉛直補剛材で囲まれる純曲げを受けるプレートガーダー-腹板を長方形板とみなして解析する。ところで、膜作用の境界条件が変位、あるいは変位と応力と与えられる場合は  $A_{11}y$  の応力関数を未知量とするかわりに、面内変位  $u, v$  を未知量として用いると取り扱いがよくなる。そこで本研究では変位  $u, v, w$  を未知量とする非線形連立偏微分方程式を使って解析した。

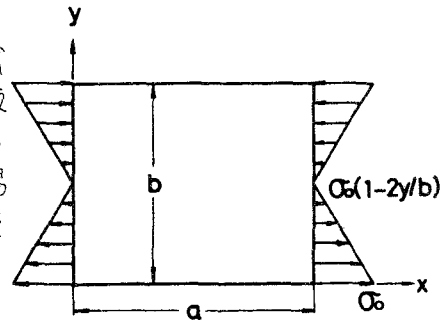


図-1

初期たわみを有する場合の基礎微分方程式は、 $x, y, z$  方向のつり合いからつぎのようになる。

$$u_{,xx} + C_1 u_{,yy} + (\nu + C_1) u_{,xy} = -\bar{w}_{,x} (\bar{w}_{,xx} + C_1 \bar{w}_{,yy}) + w_{0,x} (w_{0,xx} + C_1 w_{0,yy}) - (\nu + C_1) \bar{w}_{,y} \bar{w}_{,xy} + (\nu + C_1) w_{0,y} w_{0,xy} \tag{1}$$

$$(\nu + C_1) u_{,xy} + C_1 v_{,xx} + v_{,yy} = -\bar{w}_{,y} (\bar{w}_{,yy} + C_1 \bar{w}_{,xx}) + w_{0,y} (w_{0,yy} + C_1 w_{0,xx}) - (\nu + C_1) \bar{w}_{,x} \bar{w}_{,xy} + (\nu + C_1) w_{0,x} w_{0,xy} \tag{2}$$

$$\nabla^4 \bar{w} = \nabla^4 w_0 + C_2 \bar{w}_{,xx} \{ u_{,x} + (\bar{w}_{,x})^2/2 - (w_{0,x})^2/2 + \nu \{ v_{,y} + (\bar{w}_{,y})^2/2 - (w_{0,y})^2/2 \} \} + C_2 \bar{w}_{,yy} \{ v_{,y} + (\bar{w}_{,y})^2/2 - (w_{0,y})^2/2 + \nu \{ u_{,x} + (\bar{w}_{,x})^2/2 - (w_{0,x})^2/2 \} \} + C_3 \bar{w}_{,xy} (u_{,y} + v_{,x} + \bar{w}_{,x} \bar{w}_{,y} - w_{0,x} w_{0,y}) \tag{3}$$

ここで、 $C_1 = (1-\nu^2)G/E$ ,  $C_2 = E/R/D(1-\nu^2)$ ,  $C_3 = 2GR/D$ ,  $\nu$  の後の添字はそれによる微分を表わす。 $\nabla^4 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2\frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}$ ,  $w_0$  は初期たわみ,  $\bar{w}$  は初期たわみと荷重による付加たわみの和,  $R$  は板厚,  $E$  は弾性係数,  $G$  はせん断弾性係数,  $\nu$  はポアソン比,  $D$  は板の曲げ剛さである。

境界条件式 境界条件としては、曲げに対しては全辺を単純支持、膜作用に関しては全辺においてせん断応力が生じないものとし、 $x=0, a$  辺では  $x$  方向膜力が外力に等しいとし、 $y=0, b$  辺においては  $y$  方向変位零という条件を用いる。以上の条件のうち膜作用に関する条件式を示すとつぎのようになる。

1) 全辺において、

$$G(u_{,y} + v_{,x} + \bar{w}_{,x} \bar{w}_{,y} - w_{b,x} w_{b,y}) = 0 \quad (4)$$

2)  $x=0, 0.5a$  において、

$$\frac{E}{1-\nu^2} \left[ u_{,xx} + (\bar{w}_{,xx})^2/2 - (w_{b,xx})^2/2 + \nu \{ v_{,yy} + (\bar{w}_{,yy})^2/2 - (w_{b,yy})^2/2 \} \right] = \sigma_0 (1-2\nu/b) \quad (5)$$

3)  $y=0, b$  において、

$$v = 0 \quad (6)$$

ここで、 $\sigma_0$  は  $x$  方向の引張側縁応力である。

**数値計算** 基礎方程式(1),(2)および(3)は非線形連立偏微分方程式であり、解析的に解くことは困難であるので、差分法と反復法を用いて近似的に解くことにした。少ない分割数で高精度の解を得るために、 $x$  方向は一方向全分点差分法を用いた。反復法は収束を早めるため加速パラメータ法あるいはAitkenの外挿法などを適宜用いた。なお、初期たわみとして正弦関数の半波長をとった。

$$w_0 = w_{b,max} \sin(\pi x/a) \sin(\pi y/b) \quad (7)$$

ここで、 $w_{b,max}$  は最大初期たわみを表わす。

**模型実験** スパン4.7mのアレートガーダ模型に2点荷重して実験を行なった。実験対象としては、パネル幅80cm、腹板高80cm、板厚0.32cm、すなわち、縦横比 $a/b=1.0$ 、幅厚比 $b/r=250$ なる純曲げを受けるパネルである。フランジ、鉛直補剛材の寸法は、腹板が十分後座屈挙動をおこすまで耐えるように設計した。

**理論値と実験値** 図-2に荷重( $\bar{\sigma}_0 = \sigma_0/\sigma_c$ ,  $\sigma_c = \{E\pi^2/2(1-\nu^2)\} (R/b)^2$ ) たわみ曲線を示す。図中実線は理論値を、○印は実験値を示す。腹板の座屈荷重( $\bar{\sigma}_0 = 25.6$ )程度までは、初期たわみの付加たわみへの影響はほとんどみられずどの場合にもほとんど直線的に変化する。座屈荷重を越えた後には非線形性が表われる。

図-3にパネル水平方向の荷重段階ごとのたわみ曲面を示す。圧縮領域においては、荷重が増すごとにたわみも増加する。しかし、荷重が40(座屈荷重の約1.6倍)になると、パネル中央ではたわみは減少する。これに比して $x=0.25a$ 付近ではたわみは増加しつづける。これは座屈後にはたわみ曲面のモードが変化したためと思われる。

参考文献 1) 小西・白石・渡辺, 土木学会論文報告集, 136, 1966-12, pp.15~23. 2) Watanabe, E. and Ti-Ta Lee, JSCE, 183, 1970-11, pp.93~109. 3) Watanabe, E., JSCE, 220, 1973-12, pp.117~130.

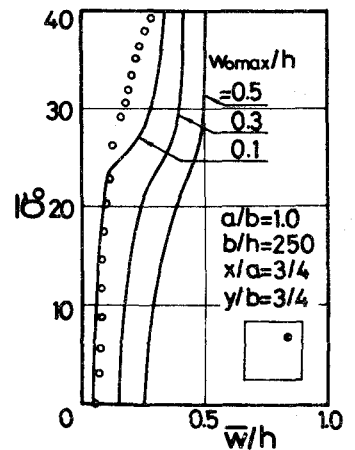


図-2

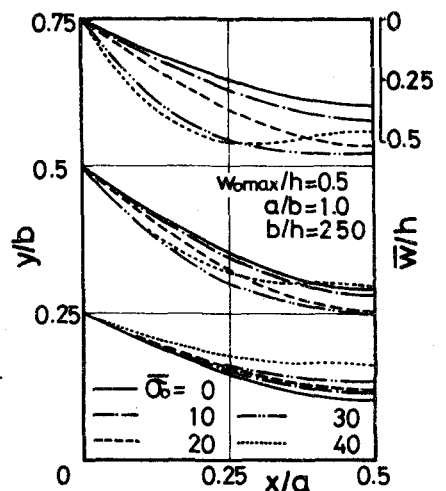


図-3