

有限帯板要素法によるプレートガーダーの非線形解析

大阪大学工学部 正会員 前田幸雄  
 大阪大学工学部 正会員 林 正  
 大阪大学大学院 学生員 有岡謙一

1. まえがき 補剛材を有するプレート・ガーダーを例にとり、有限帯板法による薄肉構造物の弾塑性有限変位解析の手法を示す。数値計算例においては、微小変形理論と有限変位理論の比較をし、初期不整の影響を調べる。なお、薄肉構造物には必要な補剛材の換算剛性行列の導入法を示す。

2. 基礎式 (1) 解析仮定：本解析では次の仮定を用いた。1) 構造物は両端単純支持とする。2) 材料は等方性の理想弾塑性体とする。3) 塑性域における応力-ひずみ関係は、Prandtl-Reussの塑性流れ理論に従う。4) 降伏域の判定には von Mises の降伏条件式による。5) 補剛材は弾性の梁とし、変形は微小と考える。

(2) 変位関数：Fig.1に示すような帯板要素の中央面における変位を次式(1)のような級数の形で定義する。

$$\left. \begin{aligned} u &= \sum_{m=1}^{\infty} [f_1] \{U_{pm}\} \cos \frac{m\pi}{L} x \\ v &= \sum_{m=1}^{\infty} [f_1] \{V_{pm}\} \sin \frac{m\pi}{L} x \\ w &= \sum_{m=1}^{\infty} [f_2] \{W_{pm}\} \sin \frac{m\pi}{L} x \end{aligned} \right\} (1)$$

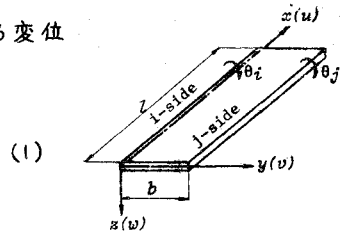


Fig.1 A Strip Element

ただし、 $\{U_{pm}\}, \{V_{pm}\}, \{W_{pm}\}$  は節線変位を表わし

$$\{U_{pm}\} = \{U_{im}, U_{yim}, U_{jm}, U_{yjm}\}^T, \{V_{pm}\} = \{V_{im}, V_{yim}, V_{jm}, V_{yjm}\}^T, \{W_{pm}\} = \{W_{im}, \theta_{im}, W_{jm}, \theta_{jm}\}^T$$

$[f_1], [f_2]$  は y 軸方向の変位関数であり、

$$[f_2] = \left[ 1 - 3\frac{y^2}{b^2} + 2\frac{y^3}{b^3}, y - 2\frac{y^2}{b} + \frac{y^3}{b^2}, 3\frac{y^2}{b^2} - 2\frac{y^3}{b^3}, \frac{y^3}{b^2} - \frac{y}{b} \right] (2)$$

Fig.2に示される一般の帯板要素(k-1)の面内変位関数に対しては、

$[f_1] = [f_2]$  で定義されるが、フランジのひずみの項の一部を表わす  $U_y, V_y$  に対応する微係数がウェブにおいては定義できないため、ウェブの上下端部の帯板要素(k-2, k-3)に対しては、それぞれ式(3), (4)で定義する。

$$\text{ウェブの上端部の帯板要素(k-2)} : [f_1] = \left[ 1 - 2\frac{y}{b} + \frac{y^2}{b^2}, 0, 2\frac{y}{b} - \frac{y^2}{b^2}, -y + \frac{y^2}{b} \right] (3)$$

$$\text{ウェブの下端部の帯板要素(k-3)} : [f_1] = \left[ 1 - \frac{y^2}{b^2}, y - \frac{y^2}{b}, \frac{y^2}{b^2}, 0 \right] (4)$$

すなわち、フランジとウェブとは変位(u, v, w)と回転角( $\theta$ )のみを連続させることにする。

(3) 平衡方程式：面外座屈現象も考慮するため、ひずみは面外変位の n 次の項までとり、板の厚さ方向は平面保持の法則に従うものとしている。弾塑性域までの計算を統一を行うため、ひずみ-変位関係を増分形で表わし、仮想仕事の原理より平衡方程式を誘導した。

(4) 補剛材：補剛材のウェブへの換算剛性行列は仮定(5)を用いて、仮想仕事の原理より求めた。さらに、垂直補剛材に関してはウェブにのみ剛結されているものとする。

なお、水平補剛材は帯板要素として取り扱うこともできる。

3. 数値解法 マトリックス変位法によって、弾塑性域においては混合法を、弾塑性域においては荷重増分法を用いている。なお、接線剛性行列を求める際、弾塑性域ともに数値積分を行っている。(1) 塑性域の判定：塑性域の拡がりも考慮するため、1枚の帯板

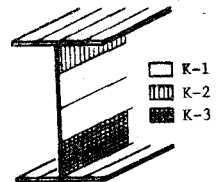


Fig.2 Plate Girder

要素を Fig. 3 に示すように、平面的にいくつかの細要素に分割する。さらに、精度を上げるため、細要素の9つの点の応力を用いて、式(5)によって平均応力 $\{\bar{\sigma}\}$ を求める。

$$\{\bar{\sigma}\} = \frac{1}{36} [\{\sigma_1\} + \{\sigma_2\} + \{\sigma_3\} + \{\sigma_4\} + 4(\{\sigma_5\} + \{\sigma_6\} + \{\sigma_7\} + \{\sigma_8\}) + 16\{\sigma_9\}] \quad (5)$$

この平均応力 $\{\bar{\sigma}\}$ を用いて平面応力場の相当応力 $\bar{\sigma}$ を計算し、von Misesの降伏条件式によって、降伏域の判定を行う。(2)荷重増分量の決定および応力修正：オ(n)段階の荷重増分に対する各細要素の増分応力 $\{\Delta\sigma\}$ が求まると、オ(n-1)段階までの総応力 $\{\sigma_0\}$ を用いて次式(6)の比例定数rを求める。ただし、 $\sigma_Y$ は引張降伏応力である。

$$(\sigma_{x0} + r\Delta\sigma_x)^2 - (\sigma_{x0} + r\Delta\sigma_x)(\sigma_{y0} + r\Delta\sigma_y) + (\sigma_{y0} + r\Delta\sigma_y)^2 + 3(\tau_{xy0} + r\Delta\tau_{xy})^2 = \sigma_Y^2 \quad (6)$$

このrを用いて次式(7)のようにして修正応力 $\{\sigma\}$ を求める。

$$\{\sigma\} = \{\sigma_0\} + r\{\Delta\sigma\} + (1-r)[D^P]\{\Delta\epsilon\} \quad (7) \quad (\text{参照 Fig. 4})$$

ただし、すべての細要素についてrを計算し、その最小値がある許容範囲に入るように、荷重増分量を決めている。

#### 4. 計算例 (1)構造形式・荷重状態：補剛材を有する2

種類のアレートガ-ダ-(P-1とP-2)に2点集中線荷重を載荷した。断面諸量を Table-1 に示す。初期不整として、残留応力と初期変形(P-2のみ)を考えた。(参照 Fig. 5) (2)拘束条件：ウェブと上フランジとの接合線の面外方向変位を拘束した。

#### 5. 計算結果 (1) P-1の中央断面のモーメント-曲率関係図

を Fig. 6 に示す。微小変形理論と有限変位理論との計算結果はほとんど差がないように見えるが、拘束条件を除き、変形の影響を考慮すれば初期降伏荷重以下で横倒れ現象を起こす。また、実験結果<sup>1)</sup>との比較をした。なお、線形解を梁理論と比較すれば約0.3%の誤差であった。(2) P-1において、上述のrの許容範囲の違いによる収束の程度を Fig. 7 に示す。0.99 ≤ r ≤ 1.01 で十分な使用上の精度が得られる。(3) P-2における初期不整の影響を Fig. 8 に示す。約3.5%耐荷力が低下することがわかる。

#### 6. 結論

本計算例から次のことが言える。(1)本解析法によれば、薄肉構造の弾塑性解析を行うことができる。(2)本報告で提案した帯板の幅方向の変位関数を用いれば、各平面内においてひずみと応力の連続性が保証される。(3)本報告で導入した補剛材の換算剛性行列はほぼ妥当であるといえる。

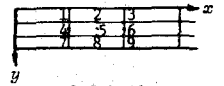


Fig. 3 Sub-Element

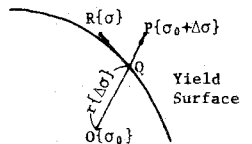


Fig. 4 Modification of Stress

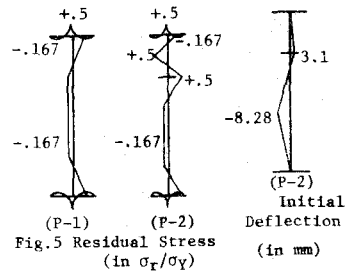


Fig. 5 Residual Stress (in  $\sigma_r/\sigma_Y$ ) and Initial Deflection (in mm)

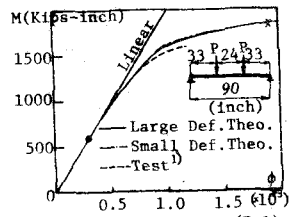


Fig. 6 Moment-Curvature (P-1)

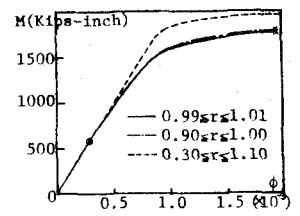


Fig. 7 Moment-Curvature (P-1)

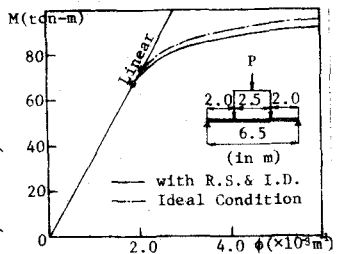


Fig. 8 Moment-Curvature (P-2)

Table-1 Dimensions & Mechanical Properties of Plate Girders

	Flange $b_f \times t_f$	Web $h \times t_w$	long. stiff. $b_s \times t_s$	verti. stiff. numbers	Yield Stress: Flange	Web	Web stiff.	Yong's Modulus:E	Poisson Ratio:ν
P-1 (in Kips-inch)	3.03 × 0.388	9.236 × 0.2	—	2	119.0	55.0	—	2.9 × 10 <sup>4</sup>	0.3
P-2 (in Kg-mm)	226 × 9	112 × 3.1	37 × 4.5	16	24.74	33.50	34.16	2.1 × 10 <sup>4</sup>	0.3

1) Frost & Shilling : Behavior of Hybrid Beams subjected to Static Loads, Proc. ASCE, ST3 (June, 1964)