

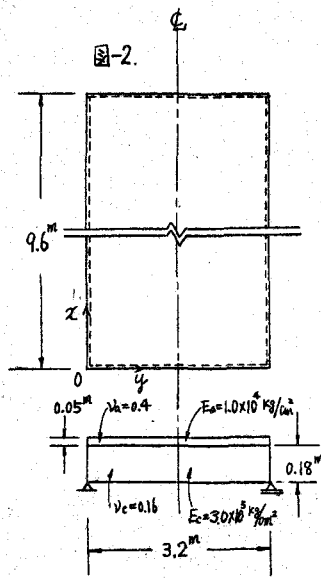
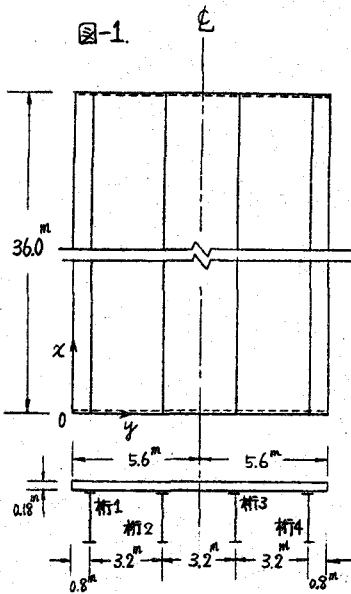
桁を有する床版の3次元応力解析

大阪市立大学 正員 園田 恵一郎  
 大阪市立大学 正員 〇 塚川 都志雄

1. はしがき; すでに我々は、道路橋床版の輪荷重点下の応力の算定に因りて桁向で単純支持された2層弾性板としての解析結果を発表した<sup>1)</sup>。しかしながら実橋床版では、通常主桁を3本以上有しており、桁の沈下による影響は当然考慮しなければならないと思われる。

本研究では、既設合成桁床版を対象とした3次元応力解析を示す。床版は図-1に示すごとく、相対2辺単純支持、他の2辺が自由であるとし、境界条件はReissner理論によるものを採用した<sup>2)</sup>。なお床版と桁は、水平および鉛直変位が完全に連続しているとし、桁のねじり剛性を無視し、桁に作用する鉛直荷重は、フランジ上で一様分布するものとした。

2. 理論式および数値計算例;



床版の中央面内にそれぞれx, y軸, 下方にz軸をとる。図-1における各諸元は、以下のものとした。

- 床版のポアソン比;  $\nu = 0.16$
- 床版の厚さ;  $h = 0.18^m$
- 床版のスパン;  $a = 36.0^m, b = 11.2^m$
- 床版のヤング率;  $E = 3.0 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$
- 桁の断面2次モーメント;  $I = 0.011 \text{ m}^4$
- 桁の断面積;  $A = 0.023 \text{ m}^2$
- 桁のフランジ幅;  $b_b = 0.2^m$
- 桁の高さ;  $h_b = 2.0^m$
- 桁のヤング率;  $E_b = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$
- 載荷幅; x方向  $u = 0.2^m, y$ 方向  $v = 0.5^m$

床版の境界条件は次のとおりである。

i) 自由辺 ( $y=0, b$ )  $M_y = 0, M_{xy} = 0, Q_y = 0, N_y = 0, N_{xy} = 0$  ——— (1)

ii) 単純支持辺 ( $x=0, a$ )  $W = 0, \beta_y = 0, M_x = 0, V_m = 0, N_x = 0$  ——— (2)

ここで、 $\beta_y$ ; セン断変形を考慮したy方向のたわみ角,  $V_m$ ; 中央面でのy方向の水平変位である。

なお 桁は  $x=0, a$  で単純支持されている。

紙面の都合により、理論式の誘導を省略し、結果の式中y方向の膜力、セン断膜力および曲げモーメントの式のみを示す。

$$N_y = \sum_m \sum_n \left[ C_1 \cdot \text{sh} \zeta + C_4 \cdot \left( \zeta \cdot \text{ch} \zeta + \frac{2\nu \cdot \zeta^2}{\beta_n^2} \cdot \text{sh} \zeta \right) - \frac{2 \cdot \beta_n}{\beta_n \cdot \zeta} \cdot C_2 \cdot \text{sh} \zeta \right] \cdot 2 \beta_n^2 \cdot \sin \beta_n x \cdot \sin \beta_n y$$

$$+ (1-\nu) \cdot \sum_m \left[ G_m \cdot \text{ch} \alpha_m y + H_m \cdot \text{sh} \alpha_m y + I_m \cdot (\alpha_m y \cdot \text{sh} \alpha_m y + \frac{2}{1-\nu} \cdot \text{ch} \alpha_m y) + J_m \cdot (\alpha_m y \cdot \text{ch} \alpha_m y + \frac{2}{1-\nu} \cdot \text{sh} \alpha_m y) \right] \cdot \alpha_m^2 \cdot \sin \alpha_m x$$

$$N_{xy} = -\sum_m \sum_n \left[ C_1 \cdot \text{sh} \zeta + C_2 \cdot \zeta \cdot \text{ch} \zeta + \frac{\beta_m - \alpha_m}{\alpha_m \beta_m} \cdot C_6 \cdot \text{sh} \zeta \right] \cdot 2 \alpha_m \beta_m \cdot \cos \alpha_m x \cdot \cos \beta_m y$$

$$+ 2(1-\nu) \sum_m \left[ G_m \cdot \text{sh} \alpha_m y + H_m \cdot \text{ch} \alpha_m y + I_m (\alpha_m y \cdot \text{ch} \alpha_m y + \text{sh} \alpha_m y) + J_m (\alpha_m y \cdot \text{sh} \alpha_m y + \text{ch} \alpha_m y) \right] \cdot \alpha_m^2 \cdot \cos \alpha_m x$$

$$M_y = \sum_m \sum_n \left[ C_2 \cdot (\zeta \cdot \text{ch} \zeta - \text{sh} \zeta) + C_3 \cdot \left\{ \zeta^2 \cdot \text{sh} \zeta + \left( \frac{2\nu \beta_m^2}{\beta_m^2} - 1 \right) \cdot (\zeta \cdot \text{ch} \zeta - \text{sh} \zeta) \right\} - \frac{2 \alpha_m}{\beta_m} \cdot C_5 \cdot (\zeta \cdot \text{ch} \zeta - \text{sh} \zeta) \right] \cdot \frac{2 \beta_m}{\beta_m} \cdot \sin \alpha_m x \cdot \sin \beta_m y$$

$$- (1-\nu) \sum_m \left[ A_m \cdot \text{ch} \alpha_m y + B_m \cdot \text{sh} \alpha_m y + C_m \cdot \left\{ \alpha_m y \cdot \text{sh} \alpha_m y + \frac{\zeta}{\nu} \cdot \text{ch} \alpha_m y \right\} + D_m \cdot \left\{ \alpha_m y \cdot \text{ch} \alpha_m y + \frac{\zeta}{\nu} \cdot \text{sh} \alpha_m y \right\} \right] \cdot \alpha_m^2 \cdot \sin \alpha_m x$$

$$- \frac{\beta_m}{5} \sum_m \left[ 2 C_m \cdot \text{ch} \alpha_m y + 2 D_m \cdot \text{sh} \alpha_m y - \frac{\beta_m}{\alpha_m} (E_m \cdot \text{ch} \alpha_m y + F_m \cdot \text{sh} \alpha_m y) \right] \cdot \alpha_m^2 \cdot \sin \alpha_m x$$

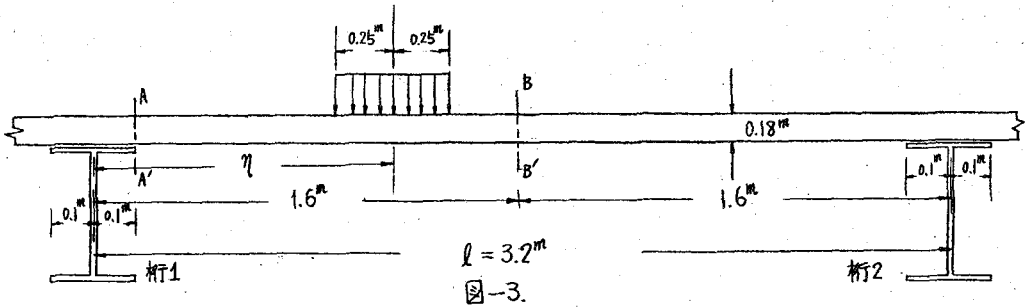
∴

$$\alpha_m = \frac{m\pi}{a}, \quad \beta_n = \frac{n\pi}{b}, \quad \zeta^2 = \alpha_m^2 + \beta_n^2, \quad \zeta = \frac{\gamma \cdot l}{2}, \quad k_m^2 = \alpha_m^2 + \frac{10}{l^2}, \quad \text{ch} \zeta = \cosh \zeta, \quad \text{sh} \zeta = \sinh \zeta,$$

$A_m, B_m, C_m, D_m, E_m, F_m$ ; 曲げ問題における境界条件より決定される定数,

$G_m, H_m, I_m, J_m$ ; 引張り問題における境界条件より決定される定数,

$C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$ ; 床版の上・下面の境界条件より決定される定数.



載荷荷重(下-20荷重の後輪一輪)が桁1と桁2の向を移動する時(図-3参照)の断面力を表-1表-2に示す.

なお比較のために、舗装を考慮した2層弾性板としての解析結果(図-2参照)も同時に示す。又  $Q_y$  の値は  $Q = 36.0$  としている。

表-1. 荷重が移動する場合(図-3)の断面力の最大値 ( $P = 84kV$ (全荷重))

$\eta/l$		0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
		$M_x^{\max}$ (P)	本解法	0.1374	0.1890	0.2190	0.2337	0.2375	0.2318	0.2157
	2層弾性板	0.1045	0.1607	0.1888	0.2030	0.2074	0.2030	0.1888	0.1607	0.1045
$M_y^{\max}$ (P)	本解法	0.1462	0.2066	0.2408	0.2584	0.2647	0.2616	0.2484	0.2258	0.1735
	2層弾性板	0.1478	0.2072	0.2356	0.2499	0.2544	0.2499	0.2356	0.2072	0.1478
$Q_y^{\max}$ (P/a)	本解法	46.84	34.95	31.17	29.32	28.09	26.99	25.72	24.23	20.89
	2層弾性板	41.48	30.48	27.98	26.66	25.71	26.66	27.98	30.48	41.48

表-2. 断面 A-A' における断面力の影響値 (図-3 参照)

$\eta/l$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
$M_x (\times 10^4 \cdot P)$	0.5238	0.2574	0.1703	0.1320	0.1102	0.0956	0.0847	0.0768	0.0691
$M_y (\times 10^4 \cdot P)$	0.0556	-0.3683	-0.3931	-0.3474	-0.2840	-0.2167	-0.1511	-0.0985	-0.0437
$Q_y (P/a)$	46.84	22.31	13.85	9.55	6.82	4.86	3.37	2.41	1.48

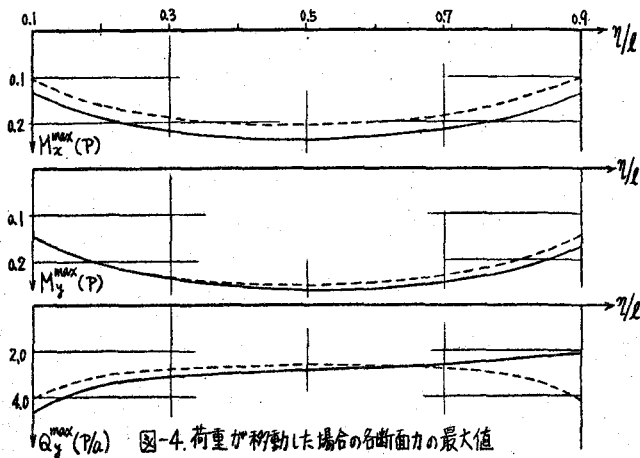


図-4. 荷重が移動した場合の各断面力の最大値

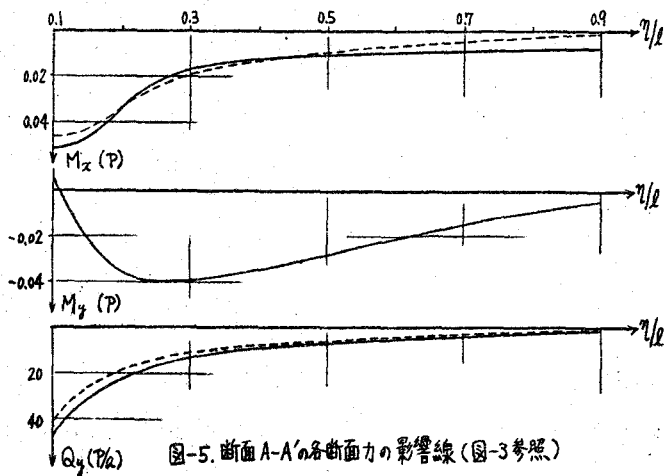


図-5. 断面A-A'の各断面力の影響線(図-3参照)

図-6.  $\eta = 0.35^m, 1.6^m$ の位置に荷重が作用する場合の断面内の各応力分布図(単位;g)

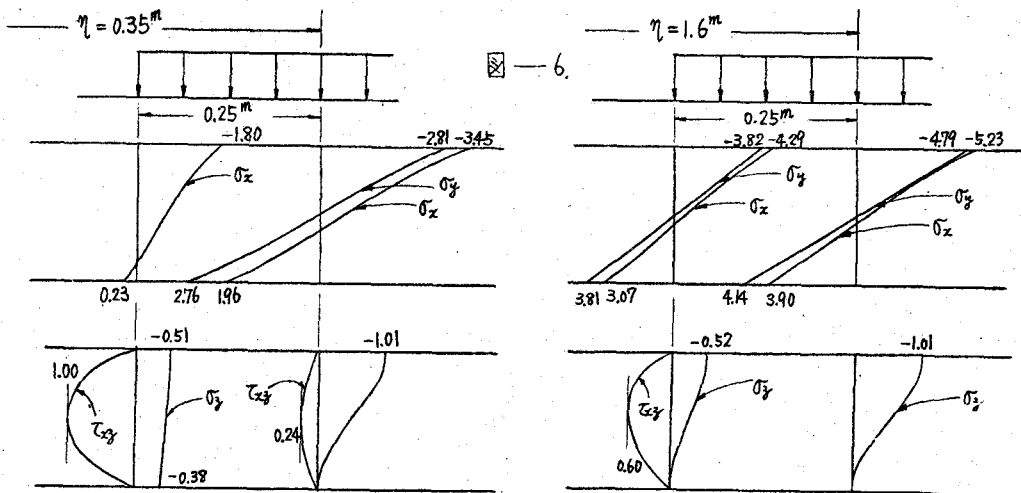


図-4は、荷重が桁1、桁2の向と移動する場合の各断面力  $M_x, M_y, Q_y$  の最大値を示し、

図-5は、荷重が移動する場合の断面A-A' (桁のフランジ先端部) に生ずる各断面力である。

図-6は、荷重の左端が断面A-A'に一致する場合と荷重の中央部が断面B-B'に一致する場合の床版の断面内の  $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$  の応力分布図を示している。

—— 本解法, ---- 2層弾性板

### 3. おとがき;

本解法と2層弾性板における数値計算結果を比較すると、断面力の最大値は本解法の方が2層弾性板に比べて、大きく出ていることが分る。このことより、実橋においては、桁のたわみおよび桁の床版に与える影響は無視できないことが分る。

- 1) 園田・堀川「道路橋床版の軸荷重点下の応力の算定について」昭和50年、関西支部。
- 2) 倉田・堀川「Reissner理論の改良について」昭和49年度年次学術行講演会。