

鋼・コンクリート合成板の接合面に作用する応力の計算

大阪市立大学 正員 倉田宗章
 大阪市立大学 正員 園田徳一郎
 大阪市立大学 正員 塚川都志雄

1. はしがき; 近年道路橋 R・C 床版の補修問題と相まって、鋼板張付け R・C 床版の実用化が見られるようになった。このような鋼板とコンクリート板の合成構造の力学的問題の一つに接合面での応力状態の解明が挙げられる。

本研究では、コンクリート床版および鋼板にそれぞれ三次元弾性論に基づく厚板理論を適用し、それらの接合面での変位を完全連続させることにより、応力解析を行ったものであり、合せて薄板理論による結果との比較を行った。

2. 理論式;

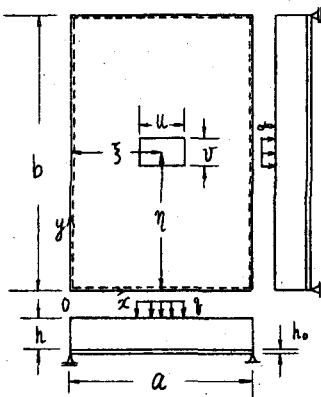


図-1.

図-1の各諸元を表-1に示す。

表-1. 各諸元

上層板	$E = 3.0 \sim 1.5 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2, \nu = 0.16, h = 0.16 \sim 0.23 \text{ m}$
下層板	$E_0 = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2, \nu_0 = 0.3, h_0 = 1.5 \sim 10 \text{ mm}$

なお、 x 方向のスパン $a = 1.0 \sim 4.0 \text{ m}$, $b = 3.0a$ とし、載荷幅は x 方向 $u = 0.5 \text{ m}$, y 方向 $v = 0.2 \text{ m}$ である。

上層板および下層板の中央面内にそれぞれ x, y 軸, z 軸をとる。

Galerkin-vector G_z , Boussinesq の関数 ψ_z を x, y 方向に Fourier 級数で、 z 方向に e のべき乗で展開すれば、

$$G_z = \sum_m \sum_n \left[C_1 \text{sh} \delta z + C_2 \text{ch} \delta z + C_3 \nu \text{sh} \delta z + C_4 \nu \text{ch} \delta z \right] \sin \alpha_m x \cdot \sin \beta_n y$$

$$\psi_z = \sum_m \sum_n \left[C_5 \text{sh} \gamma z + C_6 \text{ch} \gamma z \right] \cdot \cos \alpha_m x \cdot \cos \beta_n y$$

$$\alpha_m = \frac{m\pi}{a}, \beta_n = \frac{n\pi}{b}, \gamma^2 = \alpha_m^2 + \beta_n^2, \text{ch} \delta z = \cosh \delta z, \text{sh} \delta z = \sinh \delta z$$

C_1, \dots, C_6 は未定数で、板の上・下面の境界条件より決定される。さらに各変位、応力の式を列記すると、

$$2G_z u = -\frac{\partial^2 G_z}{\partial x^2} + 2\frac{\partial^2 \psi_z}{\partial x^2}, \quad 2G_z v = -\frac{\partial^2 G_z}{\partial y^2} - 2\frac{\partial^2 \psi_z}{\partial x^2}, \quad 2G_z w = 2(1-\nu) \Delta G_z - \frac{\partial^2 G_z}{\partial z^2}$$

$$\sigma_x = (\nu \Delta - \frac{\partial^2}{\partial x^2}) \frac{2G_z}{\partial z^2} + 2\frac{\partial^2 \psi_z}{\partial x^2}, \quad \sigma_y = (\nu \Delta - \frac{\partial^2}{\partial y^2}) \frac{2G_z}{\partial z^2} - 2\frac{\partial^2 \psi_z}{\partial x^2}, \quad \sigma_z = 2(1-\nu) \frac{2\Delta G_z}{\partial z^2} + (\nu \Delta - \frac{\partial^2}{\partial z^2}) \frac{2G_z}{\partial z^2}$$

$$\tau_{xy} = -\frac{\partial^2 G_z}{\partial x \partial y \partial z} + \frac{\partial^2 \psi_z}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \psi_z}{\partial x^2}, \quad \tau_{yz} = (1-\nu) \frac{2\Delta G_z}{\partial z} - \frac{\partial^2 G_z}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 \psi_z}{\partial y \partial z}, \quad \tau_{zx} = (1-\nu) \frac{2\Delta G_z}{\partial z} - \frac{\partial^2 G_z}{\partial x \partial z} - \frac{\partial^2 \psi_z}{\partial x \partial z} \quad (I)$$

ここで、 $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$, $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$, ν : ポアソン比 である。

以下の計算においては、上層板と下層板との向には、ずれが生じないものとし、連続条件を次のように与える。

応力連続条件;

$$[\tau_{xz}^l]_{z=h/2} = [\tilde{\tau}_{xz}^u]_{z=-h/2}, \quad [\tau_{yz}^l]_{z=h/2} = [\tilde{\tau}_{yz}^u]_{z=-h/2}, \quad [\sigma_z^l]_{z=h/2} = [\tilde{\sigma}_z^u]_{z=-h/2}$$

変位連続条件;

$$[u^l]_{z=h/2} = [\tilde{u}^u]_{z=-h/2}, \quad [v^l]_{z=h/2} = [\tilde{v}^u]_{z=-h/2}, \quad [w^l]_{z=h/2} = [\tilde{w}^u]_{z=-h/2}$$

以上の連続式と、上・下面における境界条件より、上層板の Galerkin-vector \hat{q}_z , Boussinesq の関数 ψ_z , 下層板の $\hat{q}_z, \tilde{\psi}_z$ における未定定数 $C_1, \sim, C_6, \tilde{C}_1, \sim, \tilde{C}_6$ が決定され、式 (I) に代入すると、各変位、応力等が求められる。

3. 計算例;

		$a^{(m)}$				
		1.0	2.0	3.0	4.0	
		$h^{(m)}$				
		0.16	0.17	0.20	0.23	
$(W^l)_{max}$ $(\times 10^{-3} \frac{kg}{cm^2})$	$h_0^{(mm)}$	0.0	1.56 (1.44)	0.416 (0.404)	0.188 (0.184)	0.106 (0.104)
		1.5	1.32 (1.23)	0.352 (0.346)	0.162 (0.161)	0.093 (0.093)
		3.0	1.17 (1.08)	0.309 (0.305)	0.144 (0.144)	0.084 (0.084)
		5.0	1.02 (0.936)	0.269 (0.267)	0.127 (0.127)	0.075 (0.075)
		7.0	0.92 (0.835)	0.241 (0.239)	0.114 (0.115)	0.068 (0.068)
$(\sigma_z^l)_{max}$ (g)	$h_0^{(mm)}$	0.0	4.00 (3.93)	4.90 (4.84)	4.12 (4.06)	3.42 (3.37)
		1.5	3.08 (3.14)	3.84 (3.92)	3.33 (3.39)	2.84 (2.88)
		3.0	3.49 (2.61)	3.13 (3.27)	2.78 (2.89)	2.41 (2.50)
		5.0	1.95 (2.10)	2.49 (2.67)	2.26 (2.41)	2.00 (2.12)
		7.0	1.59 (1.75)	2.04 (2.23)	1.89 (2.05)	1.69 (1.83)
$(\sigma_z^l)_{max}$ $(\times 10^{-1} g)$	$h_0^{(mm)}$	0.0	0.0 (0.0)	0.0 (0.0)	0.0 (0.0)	0.0 (0.0)
		1.5	-0.017 (0.0)	-0.015 (0.0)	-0.011 (0.0)	-0.008 (0.0)
		3.0	-0.056 (0.0)	-0.050 (0.0)	-0.036 (0.0)	-0.027 (0.0)
		5.0	-0.124 (0.0)	-0.114 (0.0)	-0.083 (0.0)	-0.063 (0.0)
		7.0	-0.203 (0.0)	-0.183 (0.0)	-0.138 (0.0)	-0.106 (0.0)
$(\tau_{xz}^l)_{max}$ $(\times 10^{-1} g)$	$h_0^{(mm)}$	0.0	0.0 (0.0)	0.0 (0.0)	0.0 (0.0)	0.0 (0.0)
		1.5	1.63 (1.68)	1.34 (1.39)	0.954 (1.01)	0.709 (0.779)
		3.0	2.63 (2.81)	2.17 (2.34)	1.57 (1.73)	1.19 (1.36)
		5.0	3.47 (3.84)	2.88 (3.22)	2.12 (2.44)	1.63 (1.95)
		7.0	4.02 (4.54)	3.36 (3.84)	2.50 (2.94)	1.93 (2.38)

表-1 に示す諸元を持つ板の計算結果を以下の図および表に示す。

表-2. 各スパンにおいて、鋼板厚さを変化させたときのコンクリート床版下面に生ずるたわみ、応力の最大値。ただし、()内; 薄板理論による解。床版厚さは、現行道示による最小板厚である。 l ; 床版の下面を示す。

$a=2.0^m, b=6.0^m, h=0.17^m (y=3.0^m)$ の場合における数値計算比較を示す。破線は薄板理論による結果である。

ただし、実線は厚板理論。

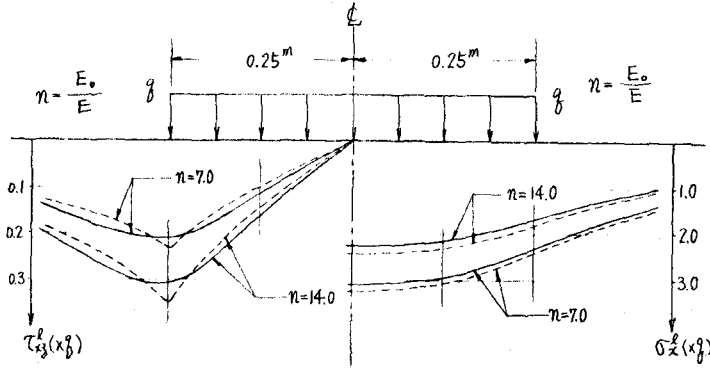


図-2. 床版中央に載荷した場合の
載荷点近傍の床版下面に
生ずる σ_x, τ_{xz} の分布図
($h_0=3.0\text{mm}$)

— 厚板理論
- - - 薄板理論

図-3. 鋼板厚 h_0 , 床版のヤング率 E の変化による $(\sigma_x^l)_{\max}$ の値.

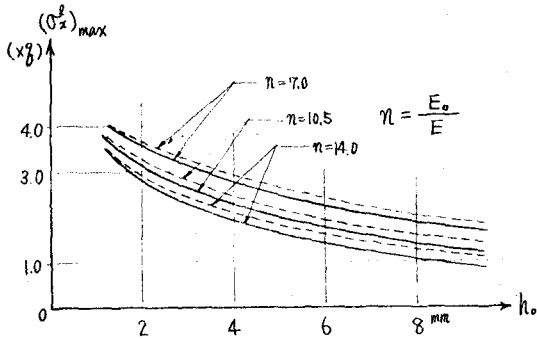
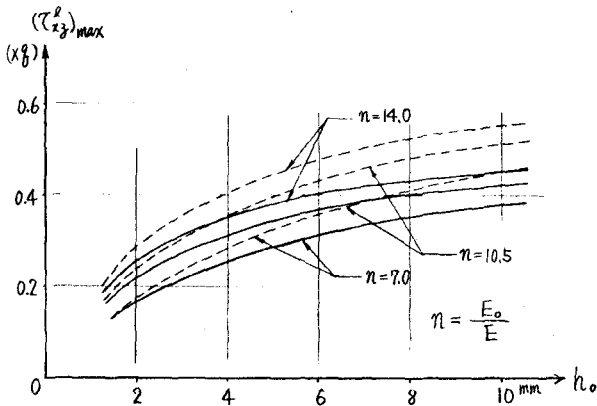
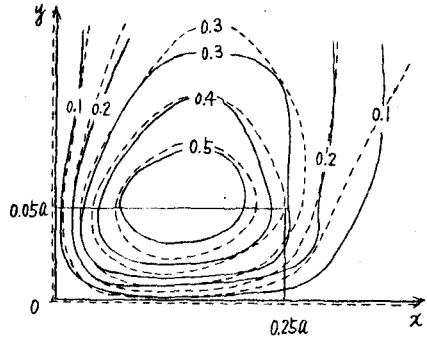


図-4. 鋼板厚 h_0 , 床版のヤング率 E の変化による $(\tau_{xz}^l)_{\max}$ の値.



σ_x^l の等高線



τ^l の等高線 ($\tau^l = \sqrt{(\tau_{xz}^l)^2 + (\tau_{yz}^l)^2}$)

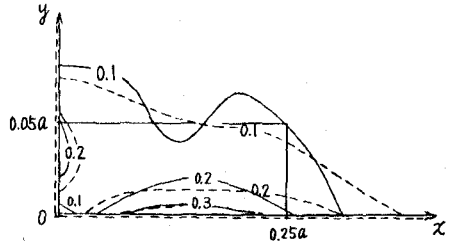


図-5. 鋼板厚 $h_0=3.0\text{mm}$, 荷重位置 ($\xi=0.25\text{m}$,
 $\eta=0.1\text{m}$) と床版の端部とした時の σ_x^l, τ^l
の等高線 (単位: g)

4. あとがき;

薄板理論に基づく解法と本研究による解法との数値結果を比較すると応力の最大値は、いずれも薄板理論によるものの方が大きい。しかし、床版下面に生ずる τ_{xz} の分布図は異なった傾向を示していることが分る。

○ 園田, 堀川「道路橋床版の輪荷重点下の応力の算定について」, 昭和50年, 関西支部。