

構造物の形状とその解析のための最適節点番号順序について.

京都大学工学部 正員 白石 成人
 京都大学工学部 正員 〇谷口 健男
 京都大学大学院 酒井 誠

1. まえがき

構造剛性行列は適当な節点番号付けにより帯行列となり、かつ、その最小帯幅値は対象系の位相幾何学的特性により支配されているということは、よく知られている。近年さまざまな帯幅減少法が提案されてきたが、その一つに図式手法がある。これは、帯幅減少法を一つの写像手法としてとらえ、その像より最小帯幅値をさげようとするものである。この手法の基盤となるのが、像の画かれるべき座標系(以後 Filling Field と呼ぶ)であり、この手法に関する一連の研究では、ほとんどこの像の画き方が取り扱われてきたにすぎず、この座標系に関しては、その提案とどまらざるにすぎない。本研究では、この座標系に関する基礎的考察をおこなう。

2. 座標系に関する基礎的考察

提案した座標系 (Filling Field) は次のようなものである。(図参照)

1. 二次元面を縦・横等間隔に区切り、その交点にグラフの点が配置される。
2. 座標系で許される線分は、同一、もしくは相隣り2点列内のみであり、かつ図示されるような方向、すなわち、上・下・右・左・右下り・左上りに限られる。
3. 座標に画かれた図形の節点番号は、右側点列より左側点列へ、また同一点列内では、上より下方に順次番号が付けられる。

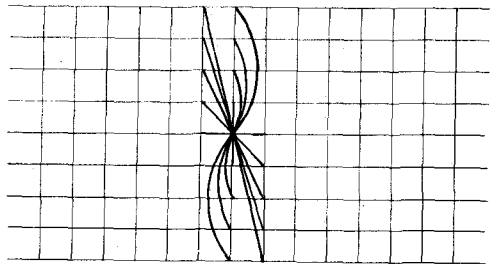
従来の図式帯幅減少法に関する研究において、上記の座標系の提案だけが行なわれていたにすぎず、この座標系を用いることにより、真の最適解が得られるという保証はなされていない。以下、この座標系に関して、特にその幾何学的特性に基づき、図式手法の正当性の証明を行なう。

[理論 1] 任意のグラフもこの座標内に表現される。(証明略)

本手法が、ましてその汎用性を保持するためには任意形状の構造物の力学特性を表現するグラフが、この座標系の内に上記規則にのっとり表現される必要があるが、理論 1 はこの保証を行、といることになり、任意のグラフに対して、この座標系を適用することが可能である。

[理論 2] n 点グラフ: $G(n, m)$ が与えられたとき、 $n!$ 個の全2の異なる節点番号順序を表現する $n!$ 個の図形が画かれる。(証明略)

$G(n, m)$ が与えられたとき、その異なる節点番号順序の個数は $n!$ である。



Filling Field と 許容検索方向

これらのうち少なくとも2個が最適な節点番号順序を示す図形である。理論2はこの座標系内に $G(n, m)$ の $m!$ 個の異なる図形が必ず表現されることを示している。この理論2によつて、少なくとも最適解がその座標系内に画かれるという保証が得られたことになる。

よつて、残された問題は、帯幅値をいかに測定するかということである。そのために次の定義が必要となる。

[定義] Filing Field 内の相隣る2点列の左側点列最上点と右側点列最下点との縦座標差を "Pair Height" と呼ぶ。

[理論3] Filing Field 内に画かれた図形において、その最大節点番号差は、その図形の最大 Pair Height に一致し、その値をもつ点はその Pair Height を構成する2点列のうち、右側点列内に位置し、かつ、左側点列との間が水平接続をもつ点である。(証明略)

この理論3の前に、"Filing Field 内に画かれた図形の全ての点列中には空点は存在しない。もし空点が存在してもそれを埋めることが可能であり、この埋め操作において、節点番号順序は変化しない。" の証明が必要であるが、これは容易に証明される。この理論3によつて座標系内に画かれた図形と、節点番号差の関係が Pair Height という考え方をを用いて具体的に表現されたことになる。さらに、節点番号差の最大値が、その系の半帯幅値と等しいという関係があることより、次の理論4を得られる。

[理論4] 帯幅減少法は Filing Field 内にいかにその最大 Pair Height を小さく画くかという図形の画き方と等価である。

この理論4は、ちやうど筆者が先に提案した図式帯幅減少法に同くなる。以上のことをまとめると、この手法は、次のように述べられる。ちやうど、さうしたかうして、Filing Field 内にその最大 Pair Height を最小にするように isomorphic mapping する事が、帯幅減少法である。

3. あとがき

本研究では、筆者が先に提案した図式帯幅減少法の正当性を示すことを目的として、その方法の基礎となる座標系に関して考察を行ない、上記理論1, 2, 3を得、それらを集めたものと(2)理論4を導出した。これは、図式帯幅減少法そのものである。本手法の正当性が証明されたことになる。残された操作は、実際には、その Pair Height が小さくなるように図形を画く画き方であり、これは、例えば文献1に示される "Sequential File Method" 等が挙げられる。

本研究を行うに際して中部工業大学小西一郎教授の御指導を受けたことに對し、ここに感謝の意を表します。

文献

1. T. Taniguchi, "Application of Topology to Bandwidth Reduction Method of Structural Stiffness Matrix," Kyoto Univ., December, 1974. Dr. Thesis. (Structural Mechanics, (to be appeared))
2. I. Konishi, N. Shirai, H. T. Taniguchi, "Reducing the bandwidth of Structural Stiffness Matrices," Journal of