

2自由度履歴構造物の不規則応答に関するシミュレーション

京都大学 正員 後藤尚男 京都大学 正員 家村浩如 日本鋼管 正員 谷村正人

1. まえがき 強震時における構造物の耐震性判定に際しては、実現象により近い多自由度履歴振動系の不規則応答を解析することが望ましいが、研究例はさほど多くない。そこで本研究は多自由度履歴系の不規則応答の確率統計量を把握する基礎段階として、まず2自由度 *bi-linear* 系の定常不規則応答をアナログ計算機上で模擬し、変位・速度応答の *rms* 値を算出した。さらに、多自由度非線形系に対する等価線形化解法を適用して上述の系の定常状態での応答確率量を予測し、シミュレーション値との比較検討により多自由度履歴系の応答の予測に関する基礎資料を得た。

2. 運動方程式 本研究では、図-1に示す2自由度系の第1層、第2層がともに単位質量を有し、また図-2に示す標準化された *bi-linear* 型の履歴復元力特性  $\phi_i(y_i)$  を有するものとする。したがって、層間変位  $y_1, y_2$  ( $y_1 = x_1, y_2 = x_2 - x_1$ ) を用いると運動方程式は次式で表わされる。

$$\frac{d^2 y_1}{dt^2} + C_1 \frac{dy_1}{dt} - C_2 \frac{dy_2}{dt} + k_1 \phi_1(y_1) - k_2 \phi_2(y_2) = -\ddot{z}(t) \dots (1)$$

$$\frac{d^2 y_2}{dt^2} + \frac{d^2 y_1}{dt^2} + C_2 \frac{dy_2}{dt} + k_2 \phi_2(y_2) = -\ddot{z}(t) \dots (2)$$

ここに、 $k_1, k_2$ : 初期剛性,  $C_1, C_2$ : 微小線形振動時の減衰係数  
また、図-3は式(1), (2)のアナログ計算機によるシミュレーションのプログラムを示したものである。

3. シミュレーション結果 図-4は降伏後剛度が初期剛度の50% ( $\alpha=1/2$ ) の2自由度 *bi-linear* 系の共振曲線を外力強度と降伏強度との比  $R$  がそれぞれ1.0, 0.8, 0.6の場合について示したものである。この図より、いずれの場合にも無次元振動数  $\eta=0.55$  のあたりで発散するような性状を示していることがわかるが、これは共振曲線の勾配が無限大となる、いわゆる *locus of vertical tangency* が現われているものと考えられる。また、第2次モードの共振点に顕著に現われているが、共振曲線上のピークは加振レベルの増大に伴って低振動数領域へ移動すること、したがって系の固有周期が延びることがわかる。次に、共振曲線が無次元振動数の一偏関数となっているが、これは構造物が *bi-linear* 型の履歴復元力特性を有していてもジャンプ現象が起こらないことを意味している。図-5, 7にはアナログ計算機によるシミュレーションより得た *rms* 応答値を示した。  $\alpha=1/2$

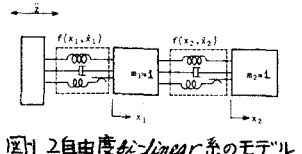


図-1 2自由度 *bi-linear* 系のモデル

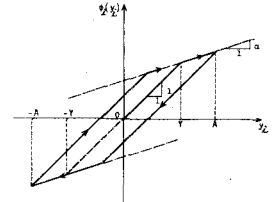


図-2 *Bi-linear* 型履歴復元力特性

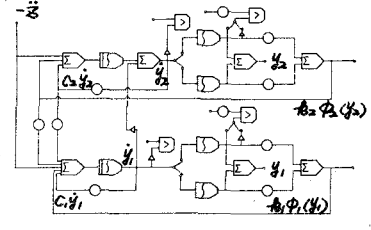


図-3 2自由度 *bi-linear* 系プログラブロック図

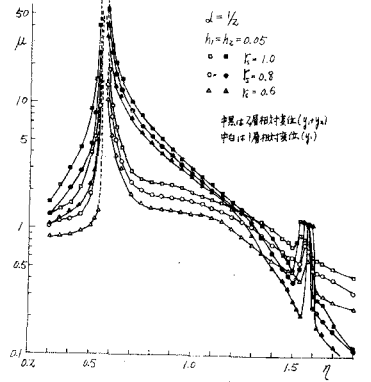


図-4 2自由度 *bi-linear* 系共振曲線

なる系では、変位のrmsは *ductility factor* の標準偏差  $\sigma_y/\gamma$  が1~2程度までは履歴減衰効果が作用し減少を続けるが、 $\sigma_y/\gamma$  がさらに増大するとはねの剛度低下が作用して増大傾向を示す。速度のrmsの変動傾向は変位の場合と比較的よく似ている。 $\alpha=1/10$  なる系では、変位・速度のrms応答が降伏レベルの低下とともに単調に減少している。これは、履歴による減衰効果が、剛度の低下にもなう効果を上回っていることを示している。

4. 等価線形化解法 多自由度非線形系の各層間の非線形要素  $S_{kr}(y_{kr}, \dot{y}_{kr})$  を次の式(3), (4)で定義される線形ばね  $k_{kr}$  と線形の粘性減衰係数  $c_{kr}$  で置き換えて得られる線形系は、履歴系の応答との誤差ベクトルを最小にする。

$$k_{kr} = E[S_{kr}(y_{kr}, \dot{y}_{kr}) \dot{y}_{kr}] / E[\dot{y}_{kr}^2] \quad \dots (3)$$

$$c_{kr} = E[S_{kr}(y_{kr}, \dot{y}_{kr}) y_{kr}] / E[y_{kr}^2] \quad \dots (4)$$

ここに  $y_{kr}$ ,  $\dot{y}_{kr}$  は  $k$  層間の変位速度応答である。このように層間応答を考慮すれば各層の線形パラメータは各層ごとに決定することができ、等価線形系の定常応答の確率量はスペクトル密度法などにより評価できるから、これらの手法を繰返せば履歴系の応答が逐次近似的に予測される。

5. シミュレーション値と予測値との比較 図-6, 8は等価線形化解法より求めた線形パラメータである。非線形性が大きいほど( $\alpha$ が小)等価減衰係数の変動も大きく、その最大値も非線形性に依存している。また等価ばね定数も微小線形振動時の値から次第に軟化し、ついには *bi-linear* 系の降伏後剛度 ( $d_2/k_1$ ) に収束することがわかる。図-9は降伏レベルの変化による1層の共振曲線の変動傾向を示したものであるが、1,2次の共振点のピークの変動傾向は、図-6の等価線形パラメータの変動傾向を良く反映している。等価線形化解法によるrms応答の予測値を図-5, 7に示した。これらの図より、非線形性の小さな系では1層の変位速度応答および1層と2層の層間速度応答については比較的近似度の良い予測値あるいは変動傾向が得られ、特に1層の速度応答が良い近似で予測されている。また、かなり非線形性の大きな系に対しては、 $\sigma_y/\gamma$ ,  $\sigma_v/\gamma \approx 1.0$  程度までは比較的近似度の良い変位応答の変動傾向を捉えることができるが、降伏レベルが小さくなると変位応答、速度応答ともシミュレーション値と予測値との誤差はかなり大きくなることわかる。

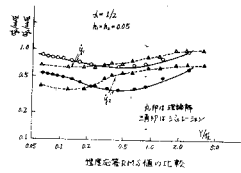
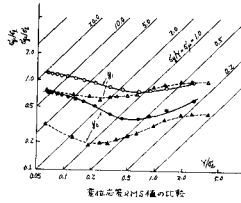


図-5 rms 応答値

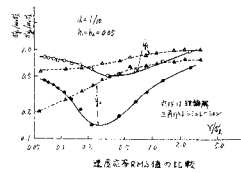
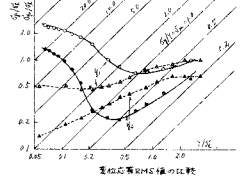


図-7 rms 応答値

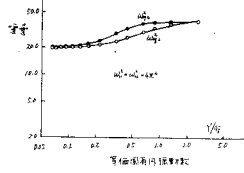
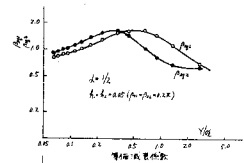


図-6 等価線形パラメータ

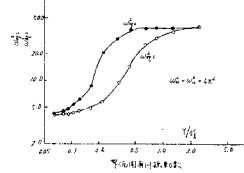
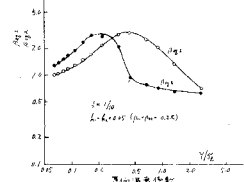


図-8 等価線形パラメータ

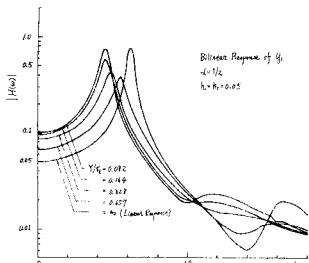


図-9 降伏レベルの変化による1層の共振曲線の変動傾向

参考文献 1) Yang, I.-M., *Stationary Random Response of Multidegree-of-Freedom Systems*, 1970.