地盤の振動特性を考慮した構造物の地震応答解析

京都大学工学部　正員　山田善一
同　上　正員　竹宮宏和
同　上　正員　○河野健二

1．まえがき

上部構造物と基礎地盤の相互作用の問題は耐震工学の中でも数多くの研究が行なわれているものの１つにあげられる。地盤を半無限弾性体として扱い，その上にある基礎構造物の動的応答を求める方法は Lamb の研究以来，多くの研究者によって種々の発展がみられた。現在，地盤を含む基礎構造物の解析方法は次の３つに大別される。

(a) Fourier transform approach　(b) Convolution integral approach
(c) FEM による解析法

(a)では波動論による解から得られる周波数応答関数が用いられ，水平，鉛直および回転方向にともなってそれは異なる形をとりしかも基礎構造物の質量は無視されている。また(b)では単位衝撃関数から基礎地盤を簡単なバネ・ダッシュポット系に置換することも行われている。しかしながら基礎構造物の動的応答を評価するのに必要なバネ・ダッシュポット等は外力の振動数に依存するため相互作用の解析には多大な計算を用する。A.S. Veletsos は半無限弾性地盤上にある円形フーチングの動的応答の計算から地盤の剛性および減衰特性を外力の振動数の関数として近似的に表わした。本解析では，これらの関数から得られる周波数応答関数をもとに外力の振動数に依存しない等価な系を求め動的解析を試みた。

2．地盤のモデル化

半無限弾性体上にある円形フーチングの動的応答を水平と回転運動によって表わす場合次式が成り立つ。

$$\begin{Bmatrix} V \\ M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{VV}(\Omega) & K_{VM}(\Omega) \\ K_{MV}(\Omega) & K_{MM}(\Omega) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_0 \\ \theta \end{Bmatrix} \qquad (1)$$

一般に $K_{VV}(\Omega)$，$K_{VM}(\Omega)\ (=K_{MV}(\Omega))$ および $K_{MM}(\Omega)$ は複素数の形をとり，その実数部分と虚数部分はそれぞれ地盤の剛性特性と減衰特性を示す。$K_{VM}(\Omega)$ は水平と回転方向の連成を表わしているが一般にその程度が小さいことが示されている。波動論から得られる結果を利用すると $K_{VV}(\Omega)$ と $K_{MM}(\Omega)$ は外力の振動数の関数として次式で近似的に表わされる。

$$\begin{aligned} K_{VV}(\Omega) &= K_x\,(1 + i b_1 a_0) \\ K_{MM}(\Omega) &= K_\theta\left(1 - b_1\frac{(b_2 a_0)^2}{1 + i b_2 a_0} - b_3 a_0^2\right) \end{aligned} \qquad (2)$$

ここに $K_x = \dfrac{8Gr}{2-\nu}$，$K_\theta = \dfrac{8Gr^3}{3(1-\nu)}$，$a_0 = \dfrac{\Omega r}{V_s}$，$i = \sqrt{-1}$，$b_1, b_2, b_3$ は定数

G，ν はそれぞれ地盤のせん断定数およびポアソン比を示している。また V_s はせん断波速度，r は円形フーチングの半径を表わしている。ところで(2)式から得られる flexibility function は次のようになる。

$$H_x(\Omega) = \frac{1}{K_x}\ \frac{1}{1 + i b_1 a_0}$$

(3)

$$H_\theta(\Omega) = \frac{1}{K_\theta}\ \frac{1 + i b_2 a_0}{1 + i b_2 a_0 - (b_1 b_2^2 + b_3) a_0^2 - i b_2 b_3 a_0^3}$$

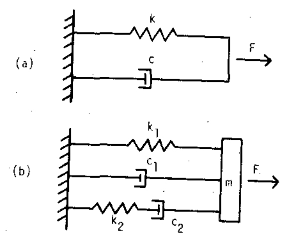

Fig. 1

したがって水平方向の運動は Fig. 1 の (a) に示されるようなバネ・ダッシュポット系で表わされ、回転方向の運動は Fig. 1 の (b) に示される系で表わされることがわかる。地盤を含む基礎構造物の運動をこのように表わすと上部構造物を含む系の動的解析は次のように行うことができる。

3．解析手法

Fig. 2 に示されるような N 自由度の上部構造物の運動方程式は基礎が固定される場合次式で表わされる。

(4) $\quad [M]\{\ddot{y}\} + [C]\{\dot{x}\} + [K]\{x\} = \{0\}$

ここに $[M]$，$[C]$，$[K]$ はそれぞれ質量，減衰および剛性マトリックスである。また $\{y\}$ は次のように表わされる。

(5) $\quad \{y\} = \{x\} + \{h\}\theta + \{1\}x_0 + \{1\}z_g$

ここに $\{x\}$ は各質点の水平変位ベクトルであり，$\{h\}$ はその高さを表わすベクトルである。また $\{1\}$ は 1 のベクトルであり z_g は地震動による地盤の変位を示す。一方基礎構造物に関しては次の運動方程式が成り立つ。

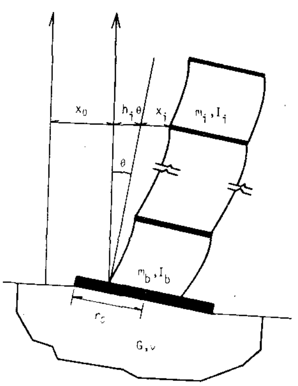

Fig. 2

(6)

$$m_0(\ddot{x}_0 + \ddot{z}_g) + \{1\}^T[M]\{\ddot{y}\} + V(t) = 0$$

$$I_0\ddot{\theta} + \{h\}^T[M]\{\ddot{y}\} + M(t) = 0$$

ここに $I_0 = \{1\}^T[I]$，　　m_0；基礎構造物の質量

この式の $V(t)$，$M(t)$ に (2) 式の値を用い (3) 式によるモデル化を利用することにより，$N+3$ の自由度を有する運動方程式が得られる。基礎が固定の場合 (4) 式で表わされる上部構造物の運動方程式は比例形の減衰を有する時，Classical normal mode により応答量に大きな影響を持つモードのみを取り出すことができる，このモードの数を n ($n<N$) とすると基礎を含む全体系の運動方程式は $n+3$ の自由度に縮小化できる。しかしながらこの縮小化された式は減衰項が非比例形となるため運動方程式は複素固有値解析を行い，応答量を計算することになる。

4．あとがき

基礎を含む全体系の運動方程式の定式化およびそれを用いた複素固有値解析および応答計算については当日発表する予定である。

参考文献

1. A. S. Veletsos and B. Verbic, " Basic Response Functions for Elastic Foundations, " ASCE, EM2, April, 1974, pp 189 ～ 202

2. N. C. Tsai, " Modal Damping for Soil - Structure Interaction, " ASCE, EM2, April, 1974