

ネットワーク分割による最短路探索

京都大学 正員 井上博司

1. まえがき

これまで各種の交通量配分の手法が提案されてきているが、どの手法においても最短路探索は欠くことのできないステップになっている。しかも多くの手法で最短路探索は計算の主要部分となっており、その計算量が直接に全体の計算量を左右する。それゆえ実際の交通量配分計算では最短路探索の効率的な計算が必要となってくる。最短路探索の手法もまた数多く提案されており、個々のネットワークによってその計算速度に違いはあるが、一般にある点を起点として他のすべての点にいたる最短路を求めるには Dijkstra 法が最も効率的であり、ネットワーク中のすべてのノード間の最短路を求めるには Warshall-Floyd 法が最も効率的であるといわれている。交通量配分計算ではすべての発生ノード間の最短路が必要となることが多いのであるが、一般にネットワーク中のすべてのノード間の最短路を求める場合、その計算量はノード数を N とすると、個々の計算法によって多少の違いはあるが、オーダー的には N^3 に比例する。したがってネットワークが大規模になるほどその計算量は膨大になってくるわけで、計算量を少なくするための手法が実際計算では望まれている。ここではすべてのノード間の最短路を求める場合に、ネットワークを分割して計算する手法を提案する。計算量が N^3 に比例することから、ノード数が $1/N$ になれば計算量は $1/N^3$ になることが知られる。ここにネットワークを分割して計算することの利点があるわけであるが、問題は全体のネットワークにおける最短路を、個々の部分ネットワーク中の最短路とどう結びつけるかということである。また分割の仕方によって、求まった最短路が真の最短路と異なってしまうといけない。以下ではこのような点に留意して、ネットワークを分割して最短路を計算することができるための前提条件について述べ、そのような前提条件が満たされる場合の計算手法を示す。

2. 前提条件

いま図-1に示すようにネットワークをリンクの集合によりいくつかの部分ネットワークに分割する。部分ネットワーク N_i 中の任意のノード x_i から、部分ネットワーク N_m 中の任意のノード x_m にいたる最短路を求めるとする。このときの最短路を φ_{min} としよう。ネットワークを分割して最短路を求める場合には、経路 φ_{min} をいくつかの部分ネットワーク中の最短路に分けて計算することになる。たとえば図-1では N_i 中の x_i , x_{ip} 間の部分、 N_m 中の x_{ms} , x_{mr} 間の部分、 N_n

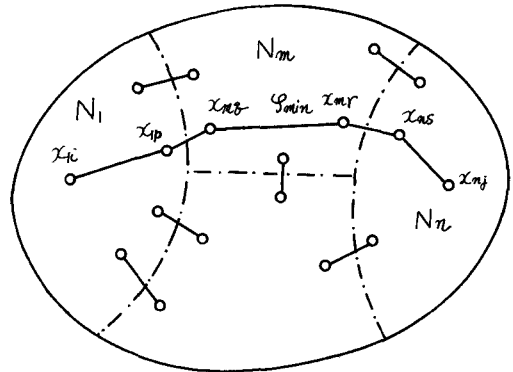


図-1 ネットワークの分割と最短路

中の x_m, x_n 間の部分の3つから求められる。最短経路のそれぞれの部分は、それぞれの部分ネットワークから計算するので、このような方法が可能であるためには、部分ネットワーク中の任意のノード間の最短経路がその部分ネットワーク中に存在しなければならない。これがネットワークを分割して最短経路を計算することができるための前提条件であるが、そのこと自体ネットワークをいかに分割するかということと密接に関連しており、ネットワークの分割の仕方に関する制約を与えている。

3. ネットワーク分割による最短経路探索法

いまいくつかのカットによってネットワークが n 個の部分ネットワークに分割されており、これらは先に述べた前提条件を満たしているとする。このとき次のアルゴリズムによってすべてのノード間の最短経路を求める。

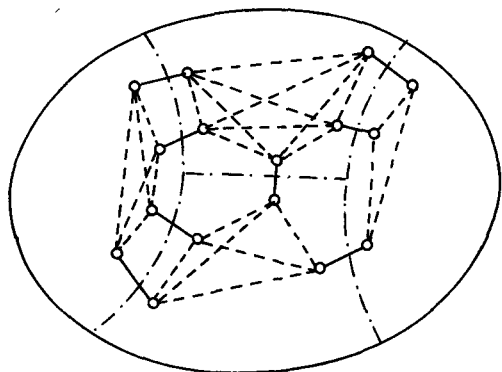


図-2 構造ネットワーク

(1) 各部分ネットワークで、すべてのノード間の最短経路を求める。

(2) 部分ネットワーク相互間を連結するリンク、ノード（これらを境界リンク、境界ノードということにする）とその間の最短経路長を長さとする境界ノード間のリンクよりなる仮想的なネットワーク（これを構造ネットワークということにする。）を作成する。

(3) 構造ネットワークに最短経路樹の起点となる1ノードおよびそのノードと境界ノード間にその間の最短経路長を長さとするリンクを加えたネットワークを考え、このネットワークにおける当該ノードを起点とする最短経路樹を求める。

(4) 各部分ネットワークで 当該ノードを起点とする最短経路樹の、構造ネットワーク中以外の部分を求める。

(5) 順次ノードを遷移して、(3)、(4)を繰り返す、すべてのノードを起点とする最短経路樹をうる。

4. あとがき

もとのネットワークにおける最短経路は、部分ネットワークにおける最短経路と、構造ネットワークでの最短経路探索とを通して得られ、これが計算の主要部分になる。ネットワークを小さくすることによる計算量の減少はけなはたしいが、全体の計算量もかなり軽減されることが期待されるが、それはネットワークの分割の仕方と密接に関連している。結局計算などの程度効率化されるかということは、いかに簡単な構造ネットワークをうるかということにつづるので、切断されるリンクの数が極く少くなるような分割すなわち常識的に見ても外部と連結しているリンクが少く、ネットワークとしてのまとまりをもっている部分ネットワークに分けるのが望ましいということになる。