住宅立地モデルにおける住宅ストックの効果について

京都大学工学部　正　員　柏谷増男
京都大学大学院　学生員○藤原　洋

Ⅰ　はじめに

住宅市場において、ストックの影響を考察することは重要である。この研究では、住宅立地モデルにおけるストックの効果を考察する基礎研究として、住宅ストックが住宅市場にどのように反映しているかを供給側の立場から明らかにしようとするものである。この分野の研究にはMuthの論文がみられるが、この論文を基礎ベースにして、建設時刻および住宅の質的変化(フィルタリングアップ)を解析し、住宅供給者の行動パターンを把握しようとするものである。

Ⅱ　モデルの前提および仮定

このモデルにおける前提および仮定は次のとおりである。

1)モデルの前提

①対象期間：時刻0に建設された住宅がその後変換される期間は[0,∞]とする。

⑩対象住宅：住宅タイプは一種類で借家とする。

⑪住宅レント：単位面積あたりの住宅レントは質のみによって異なり、住宅の質は建設後　時間的に一定の割合λで低下する。また、建設時の住宅レントP_0(以下では単位面積あたり)は所与で、住宅レントの上昇率をβとする。

2)モデルの仮定

住宅供給者は住宅所有者でもあり、時刻0で建設した後　計画期間の総収益の現在価値が最大となるように一度だけ時刻τに変換をおこなう。住宅供給者の行動パターンは、新規建設、フィルタリングアップおよび何もおこなわないの3つが考えられる。変換コストは上の3つのパターンのどれも同一と考え、また変換することによって上昇する住宅レントは新規建設時の住宅レント(最高額)を越えないため、上の3つの行動パターンを1つにまとめてフィルタリングアップの問題と解釈する。なお変換コストはフィルタリングアップ量P_1の関数とする。

Ⅲ　モデルの定式化

以下では簡単のために1つの住宅のみの供給行動について考察する。

住宅レントは図1に示すように、時刻τにP_1だけフィルタリングアップするとすれば次のようになる。

$$P(t)=\begin{cases}P_0e^{(\beta-\lambda)t} & (0\leqq t<\tau)\\ P_0e^{(\beta-\lambda)t}+P_1e^{(\beta-\lambda)(t-\tau)} & (\tau\leqq t\quad)\end{cases}\qquad(1)$$

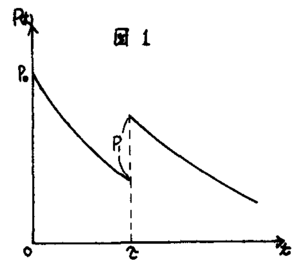


図1

また、P_1は時刻0の住宅レントP_0を越えない次の制約式を得る。

$$0\leqq P_1\leqq P_0(1-e^{-\lambda\tau})\qquad(2)$$

この領域を図2に示す。

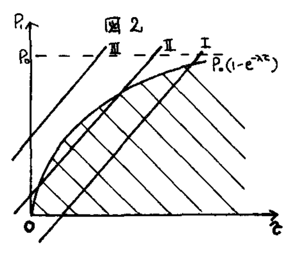


図2

したがって、割引率をiとすれば、住宅供給者の得る期待収益の現在価値は次式で示される。

$$W(P_1,\tau)=\int_0^\infty P(t)e^{-it}dt-C(P_1)e^{-i\tau}\qquad(3)$$

$$=\int_0^\tau P_0e^{(\beta-\lambda-i)t}dt+\int_\tau^\infty\{P_0e^{(\beta-\lambda-i)t}+P_1e^{(\beta-\lambda-i)t}e^{\lambda\tau}\}dt-C(P_1)e^{-i\tau}$$

ここで$C(P_1)$は変換コストである。この問題は(2)の制約のもとで(3)式を最大にするP_1とτを選ぶことであり、これを解くために、次の2段階に分けて考察する。

1)まずτを固定して、それぞれのτに対して最適なP_1を求める。このP_1が極大値をもつために、2階の条件$\frac{\partial^2 W}{\partial P_1^2}\leq 0$がみたされねばならないから、これを満足するものとして変換コスト$C(P_1)$を次のように定義する。

$$C(P_1)=e^{aP_1}-1 \qquad (a>0) \qquad (4)$$

したがって、このときのP_1は次式を満足する。ここで、解が存在するためには住宅レントの相対的減少率$(\lambda+i-\beta)$は正である。

$$P_1=\frac{\beta}{a}\tau+\frac{1}{a}\log\frac{1}{a(\lambda+i-\beta)} \qquad (5)$$

2)次に、上のP_1のもとで最適なτを求める。(5)式のP_1−τの関係式は図2の3つのパターンが考えられ、それぞれの場合について考慮しなければならない。

Ⅳ 住宅供給者の行動パターン

住宅供給者がおこなう行動パターンをⅢで求めた解から以下に示す。

[A]. ケースⅠの場合

ケースⅠの場合の最適解の存在する領域は図3のO,ABCである。すなわちOA上にあれば何もしなく、AB上にあればフィルタリングアップ、BC上にあれば新規建設をおこなう。このときの目的関数Wの形はパラメータの値によって、図4の3つのパターンが考えられる。すなわち①の場合は住宅レント上昇率が割引率より大きいとき(β>i)、このときは住宅が耐用年数に達したときに新規建設をおこなう。②の場合は何もおこなわない。また③の場合(β<i)には何もおこなわないが、時刻τ_1で新規建設をおこなう。

図3

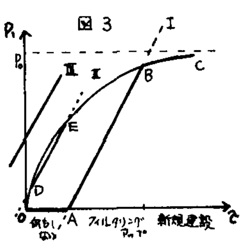
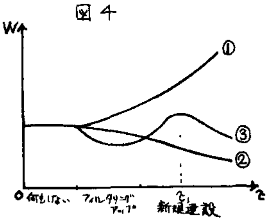


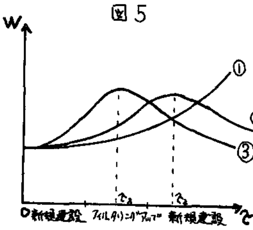
図4



[B]. ケースⅡの場合

ケースⅡの場合の最適解の存在する領域は図3のO·D EBCである(DEは直線)。このときの解のパターンを図5に示す。①の場合(β>i)は住宅耐用年数に達したとき ②の場合(β<i)は時刻τ_2において新規建設をおこなう。③の場合(β<i)には時刻τ_3においてフィルタリングアップをおこなう。

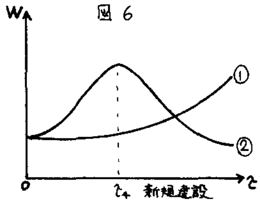
図5



[C]. ケースⅢの場合

ケースⅢの場合の最適解の存在する領域はO·D·E·B·Cの曲線を描く。(図3) ①の場合(β>i)には時刻∞で、②の場合(B<i)には時刻τ_4で新規建設をおこなう。

図6



これらの3つのどのケースにおいても、住宅レントの上昇率が割引率を上まわる場合(β>i)、住宅耐用年数が来てから新規建設をおこなうことが望ましい。逆に、β<iの場合には、有限な時刻において供給する。上で求めた最適解とパラメータの静学分析および結果についての具体的な詳細は講演時に発表する。

Ⅴ おわりに

住宅供給者行動パターンにおいて、非常に簡単な場合について供給側の分析をおこなったが 今回においては需要側の条件を無視したため、具体的な解釈はできなかった。今後の課題としては、住宅耐用年数を有限にして、より現実にマッチした仮定から出発して、住宅立地パターンをより明確にするモデルを構築することである。