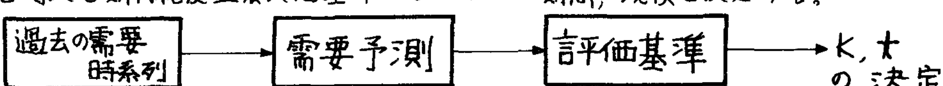
開発計画の計画期間決定について

京都大学工学部　正員　長尾義三
同　　　　　正員　森杉寿芳
同　　　　　学生員○荒野政信

1. はじめに　開発計画を策定する場合，策定者は将来の需要の変動を考慮しながら，経済的社会的に合理的と思われる施設を完成させるべく行動するであろう。従来，将来の需要を確定的に取扱い計画期間－ある規模の施設を完成させるべく計画された期間－，計画規模－ある期間までに完成させるべく計画された規模－を決定してきた。本研究は予測需要を不確定なものとして取扱い，その際の計画期間，計画規模の同時決定を試みたものである。評価には費用便益分析を用い，期待純便益の現在価値最大とする期間，規模を最適としている。

2. 計画のプロセス　本研究で対象とする計画のプロセスは，簡単化のため図－1に示したように，第1に過去の需要に関するデータから最小自乗法によって将来の予測を行ない予測需要の不確実性の程度を推測する。つぎに不確実性の評価として期待充足需要量なる概念を導入し期待純便益最大化基準にもとづいて期間，規模を決定する。



図－1

3. 需要予測　対象施設の需要量は非弾力的と仮定し，需要と時間との関係を線形回帰モデルを用いて推定する。過去のデータ $(D_1, t_1)\cdots(D_n, t_n)$ より最小自乗推定式 $\hat{D}_i = \hat{\alpha} + \hat{\beta}\cdot t_i$ を得る。真の回帰式 $D_i = \alpha + \beta\cdot t_i + \varepsilon_i$ において，誤差項 ε_i は $cov(\varepsilon_i, \varepsilon_j) = 0$，$N(0, \sigma^2)$ と仮定する。すると推定値の期待値，分散は，$E(\hat{\alpha}) = \alpha$，$E(\hat{\beta}) = \beta$，$V(\hat{\alpha}) = \sigma^2/n$ $V(\hat{\beta}) = \sigma^2/\Sigma(t_i - \bar{t})^2$，$V(D_i) = V(\varepsilon_i) = \sigma^2$ がいえる。つぎに σ^2 の不偏推定量を求めると，$E(D_i) = E(\hat{D}_i)$ より $\sigma^2 = \Sigma(D_i - \hat{D}_i)/n-2$ となる。これより需要予測を行なうと，予測需要量 D_t は平均値 $E(D_t) = \hat{\alpha} + \hat{\beta}\,t$ 分散 $\sigma_t^2 = \sigma^2(1/n + (t - \bar{t})/\Sigma(t_i - \bar{t})^2)$ をパラメータとする正規確率密度関数の確率変数である。

4. 問題の定式化　計画期間，計画規模の決定に対する評価基準 F は，純現価として

$$F(K, t) = e^{-it}(B(K, t) - C(K)) \qquad F \to \max F$$

とおく。ここに，$B(K, t)$ は期待便益，$C(K)$ は費用，i は社会的割引率である。$B(K, t)$ は施設規模 K が需要を充たす期待値－これを期待充足需要量という－に単位便益を乗じて施設の物理的限界に至るまで便益が続くものとして計算したものである。なお，施設完成時点での価値とする。すなわち，

$$B(K, t) = \int_0^\infty e^{-is}\cdot b\cdot E(K, t)\,ds = b\cdot E(K, t)/i$$

ここに，b は年単位便益－1年間に1単位の規模のもたらす便益－，耐用年数は無限と仮定している。また，$E(K, t)$ は期待充足需要量であり次式で表わされる。

$$E(K,t)=\int_0^K Df(D)dD + K\int_K^\infty f(D)dD$$

ここに，$f(D)$は正規確率密度関数である．右辺第1項は $K \geqq D$ のときの充足需要量であり，第2項は $K \leqq D$ のときのそれである。なお，このモデルでは施設完成後の需要の変動は考慮していない．

費用$C(K)$は，$C(K)=P\cdot K$ と仮定する．ここに，Pは単位費用－規模1単位に要する費用である。以上によりFは次式として定式化される。

$$F(K,t)=e^{-it}\{b/i\cdot(\int_0^K Df(D)dD+K\int_K^\infty f(D)dD)-PK\}$$

ここで本計画の実行可能の前提条件式として $b/i - P > 0$ を仮定する．

5. 解法とその意味　Fを最大ならしめる必要条件は，$\partial F/\partial K=0$, $\partial F/\partial t=0$ である．

すなわち，　i) $\partial F/\partial K = e^{-it}(b/i\cdot\int_K^\infty f(D)dD - P\cdot K)=0$

ii) $\partial F/\partial t = -iF + e^{-it}(b/i\cdot\partial E(K,t)/\partial t)=0$

i)およびii)より最適規模，時期はつぎのような性質をもつ。

i) 限界便益は限界費用に等しい。ii) 最適時期における1年間に発生する純便益は1年間遅らせたことによって発生する追加的純便益の現在価値に等しい．

十分条件は，$d^2F<0$ であるから $\partial^2F/\partial K^2\cdot\partial^2F/\partial t^2-(\partial^2F/\partial K\partial t)^2>0$ となる．この式で直接証明することは困難であるがつぎのようにして十分性を証明できる。すなわち，$\partial^2F/\partial K^2<0$ であるから，Kに関する極値をtに関して追いかけてゆく。すると $\partial^2F/\partial t^2<0$ となる。ゆえに $\partial F/\partial t=0$ となるt, Kが最大値Fを決定することになる．

6. 数値計算例　4. における定式化にのっとり，港湾投資を例にとり，数値計算を行なった結果，(表－1,2を用いた.)

$t=5$年　$K=32.05$(億t)　$F=3915.34$(億円)

を得た．なお，$\sigma_t^2=0.00576(0.5+0.1(t+2))^2$

確定的($\sigma_t=0$, $K=D$)のとき

$t=6$年　$K=35.33$(億t)　$F=4074.60$(億円)

を得た．このように，不確実性を考慮すれば，確定的とみなした場合に比べて，最適計画期間は短くかつ，計画規模は小さくなるという"保守的"決定となる。

表-2 与件事項および推定値

b	(円/t·期) 90
P	(円/t) 1333.3
i	0.06
α	22.3
β	2.12

表-1 実積データ

t_i	年次	貨物量(億t)	No.
−4	43	13.6	1
−3	44	16.0	2
−2	45	18.5	3
−1	46	20.0	4
0	47	22.2	5

7. おわりに　感度分析を行なった結果，b, Pによる計画期間の感度は鋭敏ではなく，iでは鋭敏であり，大きくなるにつれて期間は短くなる。また，分散が大きくなると期間は短くなる．さらに，最適規模K^*と最適計画時点の需要平均$E(D_t)$との間には，つぎの関係がある．すなわち，i) $1 > iP/b > \frac{1}{2}$ ならば $K^* < E(D_t^*)$　ii) $\frac{1}{2} \geqq iP/b > 0$ ならば $K^* \geqq E(D_t^*)$ である．このように，不確実性を考慮すれば，最適規模は限界費用と便益の比に応じて，最適計画時点の需要平均より大きくなったり，小さくなったりする。これに対して，確実性のもとでは，$1 > iP/b$ ならば，必ずK^*は最適時点の需要D_t^*より大きいかまたは等しく，小さくなることはない。