

トンネル掘削による周辺地盤の変形について (面外変位の場合)

大阪大学工学部 正員 伊藤 富雄

大阪大学工学部 正員 久武 勝保

II. 緒言

かぶりの浅いトンネルの掘削によってトンネル周辺地盤は直接、間接的にその影響を受ける。地表においては家屋等の傾きがあり、地中においてはガスパイプなど埋設物の破損が挙げられよう。トンネル掘削による地盤の変形挙動は一般に三次元的であり、また長期にわたって継続する場合もまれではない。ここでは、面外初期応力の存在する地山にトンネルを開削した場合の地表及びトンネル周辺の変形挙動を解析し、若干の考察を加えた。地山は粘弾性体と仮定し、解析方法としては複素関数論において、境界条件を Hilbert 問題として表示し、各境界に解析接続することより解析関数を求めた。

2. 解析の概略

トンネルの掘削によって出現する変位は地山に存在している初期応力の解放によって生ずる。今、トンネルを開削しようとする所り面外初期応力を次の様に無限級数の形で一般化して表わしておく。

$$\sigma_{xz}^0 = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\theta + b_n \sin n\theta) \quad \text{----- (1)}$$

初期応力を解放することとは、式(1)で表わされる応力と絶対値が同じで逆符号の応力を境界 L_0 に作用させることによって表わされる。いま、式(1)の逆符号応力を L_0 に作用させた場合、境界 L_1 を考慮に入れない単連結領域内の解析関数は次の様に表わされる。

$$\phi(z) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n / z^n \quad (A_n = -a_n^{**} (b_n - i a_n) / (2m)) \quad \text{----- (2)}$$

ただし、式(1)を境界 L_0 に沿って 2π だけ積分して求めた合力 Z は 0 であるとする。一方、解析関数と合力との関係は

$$2 \operatorname{Re} [\phi(z)] = g(z) + C \quad \text{----- (3)}$$

と表わされる。ここに、 Re は $[\]$ 内の実部を表わす。 $g(z)$ は外力として与えられ、 C は積分定数であり単連結領域問題の場合には任意に選ぶことができる。次に、境界 L_1 における境界条件 ($\sigma_y = 0$, $\sigma_{xy} = 0$) を満足させるために、式(2)に未知関数 $\bar{\phi}(z)$ を加え、 L_1 における境界条件を満足する関数を次の様に仮定する。

$$\phi(z) = \phi_0(z) + \bar{\phi}(z) \quad \text{----- (4)}$$

すると、 L_1 における境界条件は

$$\phi(z) + \bar{\phi}(\bar{z}) = C \quad \text{----- (5)}$$

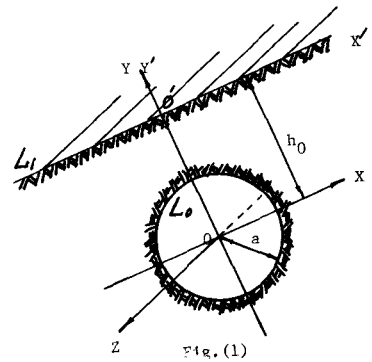
と表わされることより、未知関数は既知関数によって

$$\bar{\phi}(z) = -\bar{\phi}_0(\bar{z}) \quad \text{----- (6)}$$

と表わされる。ところで、境界 L_1 上では $\bar{z} = z - 2ich_0$ が成立することより $\bar{\phi}(z)$ は

$$\bar{\phi}(z) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n / (z - B_1)^n \quad (A_n = -a_n^{**}, B_1 = 2ich_0) \quad \text{----- (7)}$$

となる。明らかに $\phi(z) = \phi_0(z) + \bar{\phi}(z)$ は L_1 上の境界条件を満足するけれども、新たに加わった関数 $\bar{\phi}(z)$ は L_0 上の境界条件を乱すこととなる。 $\phi_0(z)$ によって L_0 上の境界条件は満足されることより、 $\bar{\phi}(z)$ によって生ずる L_0 上の応力 σ_{xz} を打ち消す様な解析関数を求めなければなら



らない。これは式(7)を求めたのと同様に境界 $L_0(z=a^2/z)$ に $\phi(z)$ を解析接続することにより求められる。以上の様に、この操作を L_1, L_2 にくりかえし行なうことにより、両境界条件を満足する関数は次式の様に求まる。

$$\phi(z) = \sum_{i=0}^{\infty} \phi_i(z) \quad \left(\text{ここに } \phi_i(z) = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} i A_n (z - D_i)^n}{(z - B_i)^n + C_i} \right) \quad \text{----- (8)}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 2A_n = -\bar{A}_n / (-\bar{B}_i)^n, \quad B_i = a^2 / \bar{B}_i, \quad C_i = -\sum_{n=1}^{\infty} i A_n, \quad D_i = 0 \\ i \text{ が奇数の場合 } (i \geq 3) : A_n = -i \bar{A}_n, \quad B_i = 2i h_0 + \bar{B}_{i-1}, \quad C_i = -\sum_{n=1}^{\infty} i A_n, \quad D_i = 2i h_0 + \bar{D}_{i-1} \\ i \text{ が偶数の場合 } (i \geq 4) : A_n = -i \bar{A}_n \{ \bar{D}_{i-1} / \bar{B}_{i-1} \}^n, \quad B_i = a^2 / \bar{B}_{i-1}, \quad C_i = -\sum_{n=1}^{\infty} i A_n, \quad D_i = a^2 / \bar{D}_{i-1} \end{array} \right.$$

一方、粘弾性地山に対する変位は上の解析関数を用いて

$$w(t) = -4\psi(t) \cdot L_m[\phi(z)] \quad \text{----- (9)}$$

と表わされる。ここに L_m は[]内の虚部を表わす。 $\psi(t)$ はクーリー関数であり、以下の関係がある。

$$e_{ij}^*(t) = \int_0^t \psi(t-\tau) \frac{\partial}{\partial \tau} \sigma_{ij}^*(\tau) d\tau \quad \text{----- (10)}$$

ここに、 e_{ij}^* , σ_{ij}^* はそれぞれ偏差ひずみ、偏差応力である。たとえば、地山のせん断応力とせん断ひずみの関係がFig.(2)で表わされるならば、 $\psi(t)$ は

$$\psi(t) = 1/2q + (1 - e^{-qt})/2q^* \quad \text{----- (11)}$$

と表わされる。ここに遅延時間 τ は q/q^* である。

3. 解析結果と考察

今、地山の初期応力が $\sigma_{xz}^0 = \sigma_{xz}^0 \cos \theta + \sigma_{yz}^0 \sin \theta$ として表わされる場合と考える。Fig.(3)はトンネル壁面における面外変位を表わしている。 σ_{xz}^0 の影響はあまり受けないけれども、 σ_{yz}^0 によって地表に近い部分では多くの変位が生じる。Fig.(4)は地表における変位を表わしており、これも σ_{yz}^0 の影響が強く出ていることがわかる。視察のうえでは不等変位によるひずみが生じて、トンネル真上付近では非常に変位勾配が大きいことより、この部分には十分な考慮が必要であろう。参考文献：伊藤富雄、久武勝保・トンネル掘削による地表面沈下の解析、第4回岩盤力学に関するシンポジウム、pp.89~95, 1975。

伊藤富雄、久武勝保：地表面近くに開削したトンネルによる周辺地盤の応力及び変位の鏡像原理による解析、土木学会第24回年次学術講演会、第3部、pp.428~429

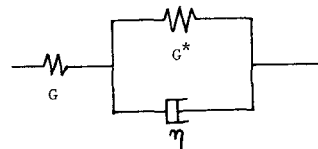


Fig. (2)

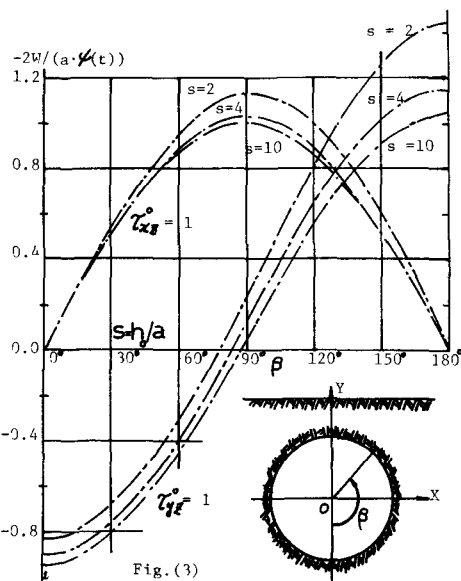


Fig. (3)

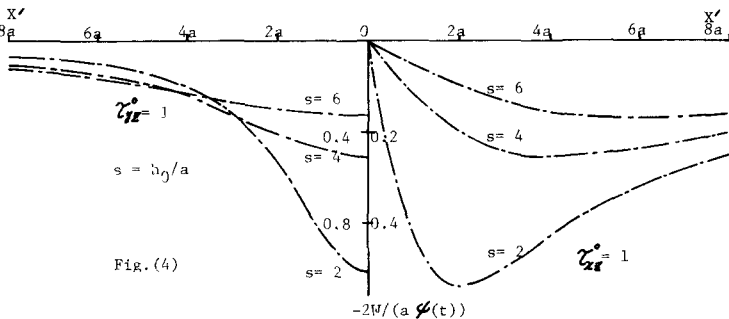


Fig. (4)