設計の不確実性を考慮した盛土建設代替案の選択法について

京大　正員　　黒田勝彦
京大　正員　○浅岡　顕

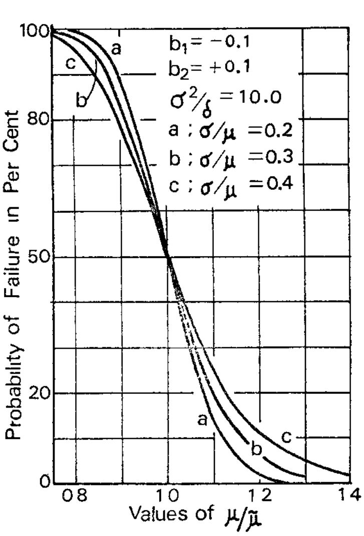
1　はじめに

盛土設計においては，技術者は多くの不確実な問題を取扱わねばならない。ここでは不確実性をつぎの3つに大別する。①種々の力学理論が立脚する仮説や土質試験の条件などが自然の地盤状態に正しく適合していないことに起因する不確実性，②少数個のサンプリングデータからの地盤状態の統計的推測に伴う誤差，③構造物の有用性の評価の不確実性。これらの不確実性下での最適な設計行動の決定法のひとつを，$\phi_u=0$法による盛土建設を例にとり，以下に概説する。あわせて，いわゆる「安全率法」との比較も行う。

2　盛土の破壊確率 P_F －－－－－不確実性①

解析誤差 e：　サンプリング法，土質試験法から，円弧すべりによる安全率の計算に至るまでの一連の慣用安定解析の手順は，その方法に本質的に付随する誤差を有する。$F=G+e$ において，G を一連の慣用安定解析による安全率，$F\leq 1$ を盛土の破壊と定義する。解析誤差 e は多数の要因効果から構成されるが，ここでは，過去の破壊例の詳細な追試による $e=1-G$ の値の頻度分布に注目すると，Bishop & Bjerrum (1960), 中瀬(1967) らのデータによれば，e は一様分布（それぞれ $-0.1\leq e\leq 0.1$，$-0.04\leq e\leq 0.07$）すると見なしえた。e を構成する要因の個々に注目した解析では，e の値は G にも依存する。要因間の相互作用効果に不明な点が多く，地盤の不均質性，土質試験等における偶然誤差も存在するから，e を確定値と見なすことには無理があろう。

確率変数 G：　G は $\phi_u=0$ 解析では，一般に $G=\int_L C_u dL / M_0$ と書ける。C_u の測定値は位置によってばらつくため，すべり線 L に沿う測定値 C_u の積分値は確率変数となる。C_u の地盤内での分布の母平均を μ，母分散を σ^2，自己相関関数を $\Lambda(\tau)$（定常仮定はなくてもよい）と書けば，C_u がガウス過程のとき，$G=\mu/\tilde{\mu}+\varepsilon$ における確率変数 ε は，平均0分散 $\delta/\tilde{\mu}^2$ の正規確率変数になる。ここに $\tilde{\mu}=M_0/L$（設計強度，M_0 は起動モーメント），$\delta=\iint_L \Lambda(\tau)dL_1 dL_2 / L^2$ である。σ^2/δ の値の意味は講演時に述べる。$\theta\equiv(\mu, \sigma^2, \Lambda(\tau))$ を地盤状態と呼ぶことにする。



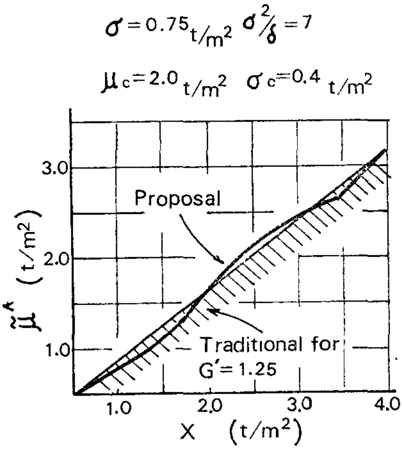
破壊確率 P_F：　$P_F=\mathrm{Prob}(F\leq 1\mid\theta, \tilde{\mu})$ の計算例を右に示す。b_0, b_1 は e の密度（一様分布）の上下限値である。P_F は θ と $\tilde{\mu}$ との関数であるが，$P_F(\tilde{\mu}, \mu, \sigma^2, \Lambda(\tau))=P_F(\mu/\tilde{\mu}, \sigma/\mu, \Lambda(\tau)/\mu^2)$ の関係がある。σ/μ，$\Lambda(\tau)/\mu^2$ の値は地盤状態が圧密によって変化しても一定値をとることが知られている。θ についての完全情報のもとでも破壊は確率事象である。

3　損失関数 $L(\theta,\tilde{\mu})$ ------ 不確実性③

$\tilde{\mu}$（設計強度）を決定することは，盛土諸元を決定することと同義である。設計の良否の経済的評価は，$\tilde{\mu}$と$\tilde{F}$の値によってきまる。この評価を損失額で表わしたものを終局損失とよび$\ell(\tilde{F},\tilde{\mu})$で表わす。$\tilde{F}$が前述のように確率変数であるため，$\ell(\tilde{F},\tilde{\mu})$から損失関数（効用関数に負号をつけたもの）を導くには，$p(\tilde{F}|\theta,\tilde{\mu})$（$\tilde{F}$の密度関数）と$\ell(\tilde{F},\tilde{\mu})$とから「基準くじ」をつくり構造物を必要とする社会に問わねばならない。ここではもっぱら簡単のためだけに，期待金額型効用関数を前提として，$L(\theta,\tilde{\mu})=\int_{\tilde{F}}\ell(\tilde{F},\tilde{\mu})p(\tilde{F}|\theta,\tilde{\mu})d\tilde{F}$とする。このうちもっとも簡単なものは，$C_0(\tilde{\mu})=\ell(\tilde{F}>1,\tilde{\mu})$，$C_1(\tilde{\mu})=\ell(\tilde{F}\leq 1,\tilde{\mu})$として，$L(\theta,\tilde{\mu})=C_0(\tilde{\mu})\times(1-P_F)+C_1(\tilde{\mu})\times P_F$である。

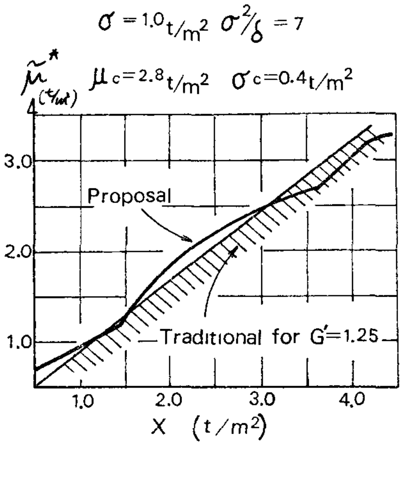
4　設計作業の定式化 ------ 不確実性②をふくむ

地盤状態θの統計的推測を損失関数$L(\theta,\tilde{\mu})$を用いて行う。θの推定量（標本Xだけの関数）と同義である決定関数$\delta(\tilde{\mu}|X)$（Xを得たとき設計強度を$\tilde{\mu}$とする確率）を用いれば，$\delta(\tilde{\mu}|X)$なる設計法の危険は$R(\theta,\delta)=\int_m\int_X\delta(\tilde{\mu}|X)L(\theta,\tilde{\mu})u(X|\theta)dXd\tilde{\mu}$で表わせる。ここに$u(X|\theta)$はXの条件付p.d.f.。さて，$\theta$に関する事前分布$\tau(\theta)$と危険関数$R(\theta,\delta)$との$\theta$に関する内積　$B(\tau,\delta)=\int_\Theta\tau(\theta)R(\theta,\delta)d\theta$　を最小にする決定関数δ^*をτに関する最適（ベイズ決定基準の意味で）設計行動と呼ぶことにする。今，δ_1，δ_2が$B(\tau,\delta_1)=B(\tau,\delta_2)$を満足するとすれば，ベクトル$R(\theta,\delta_1)-R(\theta,\delta_2)$とベクトル$\tau(\theta)$とは直交するから，最適であることの幾何学的な意味は明瞭である。$\delta(\tilde{\mu}|X)$の確率としての定義より，δを要素indexとする$R(\theta,\delta)$の集合は凸殻であり，端点は必らず純粋方略になるから，上述の直交性とあわせて，δ^*は通常純粋方略となる。これを$\tilde{\mu}^*(X)$と書けば，あるXに対応する$\tilde{\mu}^*$の値は，$\int_\Theta\xi(\theta|X)L(\theta,\tilde{\mu})d\theta$を最小にする$\tilde{\mu}$として計算される。ここに$\xi(\theta|X)$は$\theta$の事後密度。



5　いわゆる「安全率法」との比較

通常の設計では，安全率F_sがあらかじめ（経験等により）定められているから，$\tilde{\mu}\leq X/F_s$を満足するように盛土の法勾配や施工高さが決められる。右図は，高速道路用盛土の法勾配決定を例にとり，慣用の「安全率法」と，ここで提案している方法とを比較したものである。詳しい考察は講演時にゆずる。



〔参考文献〕

1) Bishop & Bjerrum (1960), The Relevance of The Triaxial Test to the solution of stability Problems, Proc. of Research Conf. ASCE, pp437~501
2) 中瀬 (1967), $\phi_u=0$解析と一軸圧縮試験, S&F. Vol 7, No.2 pp33~50
3) 松尾・浅岡 (1974), 沈下予測に関する統計的考察, 土木学会論文集 No.225
4) 松尾・浅岡, 多段載荷による盛土の最適設計, 土木学会論文集
5) 松尾・黒田・浅岡 (1975), 盛土設計における不確実性と決定