

不完全貫入揚水試験の非定常解析

京都大学工学部 正員 赤井浩一
 京都大学大学院 学生員 ○西垣 誠

1. 序

地盤の滞水層定数の決定法として、従来より Theis, Jacob の完全貫入揚水試験の非定常解析が用いられて来た。しかし滞水層が非常に厚い場合には、揚水井、観測井とも不完全貫入となるためその非定常解析が必要となる。本研究は、不圧滞水層における不完全貫入揚水試験について非定常解析を行い、滞水層定数の決定法を示すものである。

2. 非定常解析

図-1 に示す不完全貫入井の非定常解析を行うにあたり、次の仮定をする。

- ① 滞水層は均質、等方である。
- ② 滞水層は無限の広がりをもつ領域である。
- ③ 滞水層定数は時間と場所に無関係に一定である。

④ 揚水井の半径は無限小である。

⑤ Darcy の法則を満たす。

⑥ 定流量揚水を行うものとする。

Darcy の方程式および連続の式より、非圧縮性浸透流体の流束の基礎方程式は、

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad \text{----- (1)}$$

自由水面における微分方程式は、

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{s} \left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{s} \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 + \frac{k}{s} \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{----- (2)}$$

初期条件および境界条件は、

$$\textcircled{1} \text{ 初期条件 } (t=0) \quad -\eta = s = 0 \quad \text{----- (3)}$$

$$\textcircled{2} \text{ 揚水井において } (-l_2 < z < -l_1) \quad \lim_{r \rightarrow 0} 2\pi k r \frac{\partial \phi}{\partial r} = Q_0 \quad \text{----- (4)}$$

$$\textcircled{3} \text{ 自由水面上において } (z = -\eta) \quad \phi(r, z, t) = -kz \quad \text{----- (5)}$$

$$\textcircled{4} \text{ 不透水層上において } (z = -D) \quad \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \quad \text{----- (6)}$$

ここで、無次元化を行うため、 $\phi' = \phi/kD$, $r' = r/D$, $z' = z/D$, $t' = t/t_0$, $Q' = Q_0/kD^2$, $l' = l/D$, $l'_2 = l_2/D$, $s' = skD/Q_0$ とし、非線形式と線形化するため Perturbation Expansion を行い、その第一次近似として、初期条件および境界条件を満たす解を Green 関数を用いて求めると、(7) 式になる。

$$\begin{aligned} \phi' = & \frac{Q'}{4\pi} \ln \frac{l'_3 + l'_2 + z' + [(l'_3 + l'_2 + z')^2 + r'^2]^{1/2}}{l'_3 - l'_2 + z' + [(l'_3 - l'_2 + z')^2 + r'^2]^{1/2}} \cdot \frac{l'_3 + l'_2 - z' + [(l'_3 + l'_2 - z')^2 + r'^2]^{1/2}}{l'_3 - l'_2 - z' + [(l'_3 - l'_2 - z')^2 + r'^2]^{1/2}} \\ & - \left\{ \int_0^\infty \frac{\cosh \lambda(1+z') \cdot \sinh(\lambda l'_2) \cdot \cosh \lambda(1-l'_1)}{\lambda \sinh \lambda \cdot \cosh \lambda} \cdot \exp(-\lambda t' \tanh \lambda) \cdot J_0(\lambda r') d\lambda \right. \\ & \left. + \int_0^\infty \frac{\sinh(\lambda l'_2) \cdot \cosh \lambda l'_3 \cdot \cosh \lambda z'}{\lambda \sinh \lambda} \cdot \exp(-\lambda) \cdot J_0(\lambda r') d\lambda \right\} \quad \text{----- (7)} \end{aligned}$$

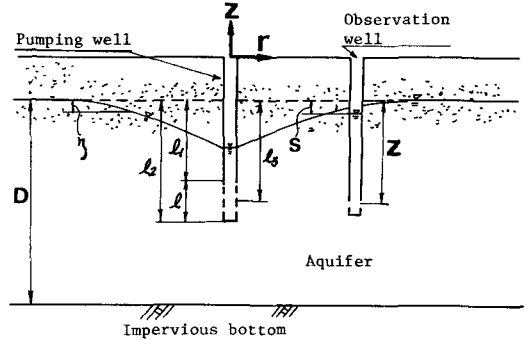


図-1

ここで、 S は貯留係数(=貯留率), k は透水係数, Q_0 は揚水量, $\varepsilon = k t_0 / S D$, $J_0(\lambda r)$ は0次の第一種Bessel関数である。したがって無次元化された水位低下 s' は(7)式より(8)式となる。

$$s' = \frac{1}{4\pi\ell} \left\{ \frac{1}{4} \ln \frac{\ell_3' + \ell_2' + z' + [(\ell_3' + \ell_2' + z')^2 + r^2]^{1/2}}{\ell_3' - \ell_2' + z' + [(\ell_3' - \ell_2' + z')^2 + r^2]^{1/2}} \cdot \frac{\ell_3' + \ell_2' - z' + [(\ell_3' + \ell_2' - z')^2 + r^2]^{1/2}}{\ell_3' - \ell_2' - z' + [(\ell_3' - \ell_2' - z')^2 + r^2]^{1/2}} \right. \\ \left. - \int_0^\infty \frac{\cosh \lambda(1+z') \cdot \sinh(\lambda \ell_2') \cdot \cosh \lambda(1-\ell_3')}{\lambda \sinh \lambda \cdot \cosh \lambda} \cdot \exp(-\lambda \varepsilon t' \tanh \lambda) \cdot J_0(\lambda r) d\lambda \right. \\ \left. + \int_0^\infty \frac{\sinh(\lambda \ell_2') \cdot \cosh \lambda \ell_3' \cdot \cosh \lambda z'}{\lambda \sinh \lambda} \cdot \exp(-\lambda) \cdot J_0(\lambda r) d\lambda \right\} \quad \text{----- (8)}$$

3. 滞水層定数の決定法

現地揚水試験より地盤の滞水層定数を決定するには、つぎのように実施される。すなわち、図-2においてプロットされた点は、厚さ $D=20m$ の不圧滞水層に対して行われた揚水試験結果の一例であり、 $Q_0=7000 \text{ cm}^3/\text{sec}$ の一定揚水量について揚水時間を5時間とし、揚水による水位変動 s と t の関係について観測井No 1($r=255 \text{ cm}$), No 2($r=540 \text{ cm}$), No 3(1005 cm)で測定した記録を両対数紙上にプロットしたものである。また曲線は、既知である z', ℓ_2', ℓ_3', r' の値を(8)式に代入して s' と $\varepsilon t'$ について計算した結果を両対数紙上に描いた曲線である。これらを重ねあわせて、各 r' について曲線上の任意の合致点を定めて $t, s, \varepsilon t', s'$ の値を求め、それらの値を(9),(10)式に代入することにより、滞水層定数を求めることができる。

$$k = s' Q_0 / s D \quad \text{----- (9)}$$

$$S = k t / D \varepsilon t' \quad \text{----- (10)}$$

4. 考察

滞水層定数の平均値は表-1より、

$k = 7.65 \times 10^{-2} \text{ cm/sec}$, $S = 3.97 \times 10^{-2}$ であり、一方Theis, Jacob法によると $k = 1.4 \times 10^{-1} \text{ cm/sec}$, $S = 5.3 \times 10^{-2}$ であって、散らばりも大きい。これらの相違は、揚水井、観測井の不完全貫入を考慮しているかないかによる。したがって、非定常解析においてより境界条件に近い解析を行った上記の方法が有効であると思われる。また、これらの間には、Muskat²⁾が提唱しているような不完全貫入に対する修正係数が存在すると考えられ、これについては、今後研究を続ける予定である。

参考文献

- 1) 京都市地下高速鉄道地質地下水調査報告書, 1974
- 2) Muskat, M.: The Flow of Homogeneous Fluids through Porous Media, Edwards, P.96, 1937

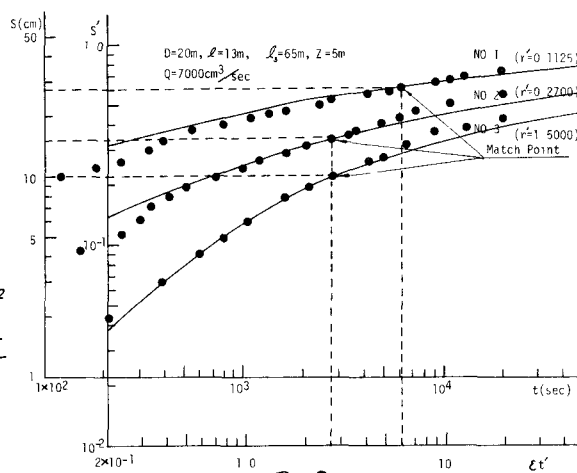


図-2

Observation well	S (cm)	t (sec)	S'	$\varepsilon t'$	K (cm/sec)	S
NO 1	27.5	6200	0.60	6.00	0.0764	0.0395
NO 2	15.5	2750	0.34	2.65	0.0768	0.0399
NO 3	10.0	2750	0.22	2.65	0.0763	0.0396

表-1