

幾何学的非線形性を考慮した軟弱地盤の変形解析

大阪大学工学部 正 員 伊藤 富雄
 大阪大学工学部 正 員 松井 保
 大阪大学大学院 学生員 ○藤原 嗣哲

1. はじめに

盛土や構造物の沈下解析にしばしば有限要素法が用いられているが、埋立地や冲積粘土層等の比較的軟弱な地盤においては、その変形は大きく幾何学的非線形性による影響について考える必要があると思われる。そこでこのたび著者らは、有限変形理論にもとづいて材料的非線形性並びに幾何学的非線形性をともに考慮した有限要素法の開発を試み、その計算結果を得たので、ここに報告する。その際、地盤を非圧縮性体として取り扱い、Christian¹⁾の提案による手法を用いた。そして、粘土は Von Mises の降伏条件式に従う完全弾塑性体と仮定し弾塑性応力-ひずみマトリックスによって表わした。

2. 解析法

有限変形理論においては、ひずみ-変位関係式は、

$$2\epsilon_{ij} = U_{ij} + U_{ji} + U_{ki} U_{kj} \quad \text{----- (1)}$$

となり、変位の導関数の2次の項が入ってくる。ここではもはや、荷重と変位の間の線形な関係は成り立たない。D.W.Murray and E.L. Wilson²⁾は、移動座標を巧みに使って平板の大たわみ問題を解析したが、これを平面ひずみ問題に応用して、有限要素法の定式化を行なった。解析は増分的に行ない、各段階で反復計算を用いることによって精度を高めた。いま要素座標系を図-1のように、四辺形要素ijklの頂点iを原点0、 $\bar{ij}$ 方向にx軸、これに直角方向にy軸となるように定義する。M番目の平衡状態から次の平衡状態(M+1)を求めるにあたり、状態MからI回反復後の変形状態Iから変形状態(I+ΔI)を推定するには、接線剛性マトリックス k_I を求めて、

$$\Delta f_I = k_I \Delta d_I \quad \text{----- (2)}$$

なる剛性方程式を解く。ここで k_I は変形状態Iのものを第1近似として与えているために、変形状態(I+ΔI)においては(2)式で考慮しなかった非線形項によって不釣り合力が生じる。そこで、図-2のように変形後の要素*ij'k'l'*を変形前の要素の上に*j'*点と*i*点が一致し、辺*ij'*が直線*ij*上に来るようにして変形前の要素に対する変形を求めると、これは剛体変形を除去した実際の変形による変位となる。求まった実際の変位から要素に働く節点力を求め全要素についてassembleすることにより、真の節点力 $\bar{F}_{I+\Delta I}$ を求める。この節点力と載荷荷重 F_{M+1} との差が不釣り合力 ΔF_r になる。この不釣り合力を消去するために、

$$\Delta F_r = k_{I+\Delta I} \Delta U_{I+\Delta I} \quad \text{----- (3)}$$

によって節点変位 $\Delta U_{I+\Delta I}$ を求め、十分な精度をもって平衡条件が満たされるまで反復し、次の荷重段階に移行する。

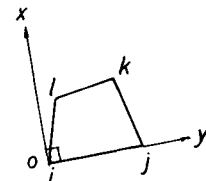


図-1

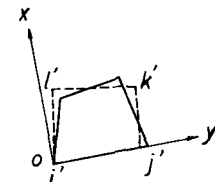


図-2

3. 仮想仕事の原理による接線剛性マトリックスの定式化³⁾

変形状態 I における応力、ひずみ、変位、体積力、表面力とその増分をそれぞれ、 $\sigma_{ij}^{(0)}$, $e_{ij}^{(0)}$, $u_{ij}^{(0)}$, $\bar{P}_i^{(0)}$, $\bar{T}_i^{(0)}$, σ_{ij} , e_{ij} , u_{ij} , $\bar{P}_i$, $\bar{T}_i$ とすると、仮想仕事の原理より、

$$\iiint_V [(\sigma_{ij}^{(0)} + \sigma_{ij})\delta(e_{ij}^{(0)} + e_{ij}) - (\bar{P}_i^{(0)} + \bar{P}_i)\delta(u_i^{(0)} + u_i)] dV - \iint_{S_r} [(\bar{T}_i^{(0)} + \bar{T}_i)\delta(u_i^{(0)} + u_i)] dS = 0 \quad (4)$$

σ_{ij} , u_{ij} に関し線形化すると、

$$\iiint_V [\sigma_{ij}^{(0)} \delta e_{ij}^* + \sigma_{ij} \delta e_{ij}^* + \sigma_{ij}^{(0)} \frac{1}{2} \delta(u_{k,i} u_{k,j}) - (\bar{P}_i^{(0)} + \bar{P}_i) \delta u_i] dV - \iint_{S_r} (\bar{T}_i^{(0)} + \bar{T}_i) \delta u_i dS = 0 \quad (5)$$

ここに $2 e_{ij}^* = u_{i,j} + u_{j,i} + u_{k,i}^{(0)} u_{k,j} + u_{k,j}^{(0)} u_{k,i}$ ----- (6)

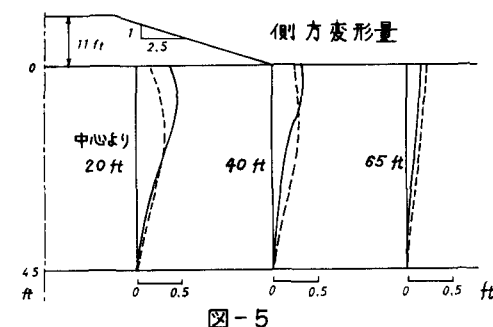
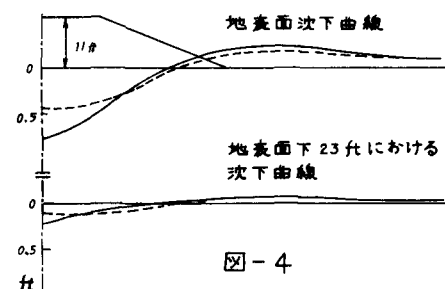
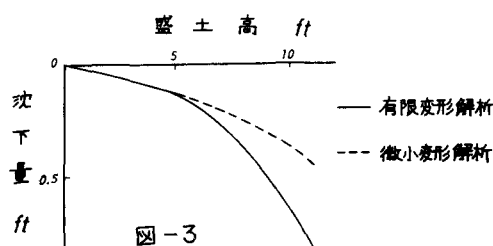
変位関数を適当に仮定すれば、有限要素法の定式化は、式(5)をマトリックス形にして、

$$(k_e + k_e^{(0)} + k_e^{(q)})_T \Delta d_T = \Delta \bar{F}_T + \Delta \bar{F}_r \quad (7)$$

ここで $k_e^{(0)}$, $k_e^{(q)}$ はそれぞれ初期ひずみマトリックス、初期応力マトリックスと呼ばれ、幾何学的な非線形性を表わすものであり、 $\Delta \bar{F}_r$ は高次の非線形項を省略したことによる残差である。

4. 数値計算例

上記の有限要素法によって、Canadaで行なわれた試験盛土下の軟弱地盤の変形解析を行なった。⁴⁾ 地盤は、ほとんど先行圧密のない等質の海成軟弱シルト質粘土からなり、沈下予測のために11 ftの高さで傾斜の異なる3つの盛土が築造されたが、このうち傾斜2.5/1の断面を解析した。土質定数として、Christianの解析で必要とする排水試験の結果が得られなかったので、非排水せん断強度 C_u として原位置ベーン試験、弾性定数 E として $\square\square$ 試験の結果を用い、ポアソン比 $\nu=0.3$ とした。同時に微小変形理論による有限要素解析も行ない比較検討した。図-3は盛土の築造に共なう中心線下での沈下量、図-4, 5はそれぞれ盛土完成時における表面沈下曲線、側方変形量を表わすものである。これらの図においていずれも変形が大きくなっている所で2つの解析法による変形量にかなりの差が見られ注目される。今後、さらに多くの実測Dataに対して、定量的にも検討を行ない、有限変形理論の適用性を明らかにしたいと考える。



- 1) J.T. Christian, 'Undrained Stress Distribution by Numerical Method', ASCE, 1968, Vol. 94, SM6
- 2) D.W. Murray and E.L. Wilson, 'Finite Element Postbuckling Analysis of Thin Elastic Plate', AIAA 1969, Vol. 7, No. 10
- 3) 鷲津久一郎, '弾性学の変分原理概論', コンピュータによる構造工学講座 II-3-A 培風館
- 4) Tavenas, F.A., Chapeau, C., Rochelle, P.L., and Roy, M., 'Immediate Settlements of Three Test Embankments on Champlain Clay', Can. Geotech., Vol. 11, 1974