

流れによる波の屈折について

京都大学工学部 正員 岩垣雄一
 京都大学工学部 正員 酒井哲郎
 日本電信電話公社 正員 津田俊雄

1. 緒論：海の波が潮流や河口流のような流れに出会った場合の流れの影響の問題は，Unna¹⁾およびJohnson²⁾によって議論された。その後Arehun³⁾は，任意に与えられた流れおよび水深の海洋を進行する長波の屈折の問題を論じた。しかし彼は波高の変化については触れていないし，水深が浅く波速が $C=\sqrt{gR}$ で与えられるため，流れが存在しても流れに対する相対的な波の位相速度が変化しない特殊な場合を扱っている。一方，Longuet-HigginsとStewart⁴⁾⁵⁾は，radiation stressの概念を用いて，流れの上の表面波の波高は波と流れとの間の非線形な干渉によって影響をうけることを理論的に説明した。ここでは，水深および流速分布が任意に与えられた場合の，長波に限定しない一般的な数値計算による屈折図の作成方法と，波と流れとの間の非線形な干渉を考慮した波高変化の計算方法を論じようとするものである。

2. 解析方法：流れがない場合の波長 L および波速 C が，流れがあるためにそれぞれ L_* および C_* に変化したとすると，簡単な理論的考察から L_* および C_* は次式によって表わされる。

$$C_*^2 = \left(\frac{L}{T} - U \cos \theta - V \sin \theta \right)^2 = \frac{gL_*}{2\pi} \tanh \frac{2\pi R}{L_*} \quad (1)$$

ここで， U および V はそれぞれ水平座標 x および y 方向の流速成分で水深方向に一定， R は水深， θ は波の峯線に直交する方向が x 軸の正方向となす角である。さらに，流れのある場合の波の群速度 C_g は，微小振幅波理論を用いると，(1)式から次式で与えられる。

$$C_g = \frac{C_*}{2} \left(1 + \frac{\frac{2\pi R}{L_*}}{\sinh \frac{2\pi R}{L_*}} \right) \quad (2)$$

いま，波の進行経路を $y=f(x)$ とすれば，次式がなりたつ。

$$\frac{dx}{dt} = U + C_* \cos \theta, \quad \frac{dy}{dt} = V + C_* \sin \theta \quad (3)$$

さらに，Zemmelo⁶⁾の手法により，波向線方程式(ray equation)を導くと次式で与えられる。

$$\frac{d\theta}{dt} = \left(-\frac{\partial U}{\partial y} \cos \theta + \frac{\partial U}{\partial x} \sin \theta \right) \cos \theta + \left(-\frac{\partial V}{\partial y} \cos \theta + \frac{\partial V}{\partial x} \sin \theta \right) \sin \theta + \left(-\frac{\partial C_*}{\partial y} \cos \theta + \frac{\partial C_*}{\partial x} \sin \theta \right) \quad (4)$$

したがって，(3)式および(4)式を数値的に求めて，流れのある場合の屈折図が作成される。

Longuet-HigginsとStewart⁴⁾⁵⁾により，波と流れが共存する場合の波のエネルギー平衡式は，波高の2次のオーダーで次式により与えられる。

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ E (C_g \cos \theta + U) \right\} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ E (C_g \sin \theta + V) \right\} + S_{xx} \frac{\partial U}{\partial x} + S_{xy} \frac{\partial V}{\partial x} + S_{yx} \frac{\partial U}{\partial y} + S_{yy} \frac{\partial V}{\partial y} = 0 \quad (5)$$

ここで， S はradiation stressであり次式で与えられる。

$$S_{xx} = \frac{EC_g}{C_*} \cos^2 \theta + \frac{E}{2} \left(\frac{2C_g}{C_*} - 1 \right), S_{xy} = S_{yx} = \frac{EC_g}{C_*} \cos \theta \sin \theta, S_{yy} = \frac{EC_g}{C_*} \sin^2 \theta + \frac{E}{2} \left(\frac{2C_g}{C_*} - 1 \right) \quad (6)$$

ここに、 $E = \frac{1}{8} \rho g H^2$ (H : 波高) である。いま、

$$\frac{dx}{dt} = U + C_g \cos \theta, \quad \frac{dy}{dt} = V + C_g \sin \theta \quad (7)$$

で与えられる移動座標より見れば、局所的に $\frac{\partial \phi}{\partial t} = -\cos \theta \frac{\partial \phi}{\partial x} + \sin \theta \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0$ (n は 等線の接線方向) として、(5) 式は、

$$\frac{dE}{dt} + AF \cdot E = 0 \quad (8)$$

のように書き直される。ここで、

$$AF = \left(\frac{\partial U}{\partial x} + \frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial C_g}{\partial x} \cos \theta + \frac{\partial C_g}{\partial y} \sin \theta \right) + \frac{1}{E} (S_{xx} \frac{\partial U}{\partial x} + S_{xy} \frac{\partial V}{\partial x} + S_{yx} \frac{\partial U}{\partial y} + S_{yy} \frac{\partial V}{\partial y}) \quad (9)$$

したがって、(9) 式で表わされる速度で進行するエネルギーの伝搬の方向線と仮定すると、(8) 式より屈折図を求める場合と同様な方法で、そのエネルギーの伝搬の方向線上の各点で波高の変化が計算される。

ところで、(4) 式および(5)式における流れのある場合の波速 C_* および波の群速度 C_g は、それぞれ(1)式および(2)式より数値的に求められるが、流れのある場合の波速の勾配 $\frac{\partial C_g}{\partial x}, \frac{\partial C_g}{\partial y}$ および波の群速度の勾配 $\frac{\partial C_g}{\partial x}, \frac{\partial C_g}{\partial y}$ は上述の C_* および C_g を何点かの格子点で求めてから算出する必要がある。そこで、屈折図の作成法および波高変化の計算方法として次の3つの方法を考えた。すなわち、(I) すべて流れのない場合の波速 C 、波速の勾配 $\frac{\partial C}{\partial x}, \frac{\partial C}{\partial y}$ 、波の群速度 C_g 、波の群速度の勾配 $\frac{\partial C_g}{\partial x}, \frac{\partial C_g}{\partial y}$ を用いて計算する、(II) 波速および波の群速度には(1)式および(2)式で求められる流れのある場合の波速 C_* および波の群速度 C_g を用い、波速および波の群速度の勾配には流れのない場合の $\frac{\partial C}{\partial x}, \frac{\partial C}{\partial y}, \frac{\partial C_g}{\partial x}, \frac{\partial C_g}{\partial y}$ を用いて計算する、(III) (II) の方法によって求まる屈折図のすべての波向線上の各時間ステップ Δt ごとに求められる C_*, C_g より、すべての格子点で $\frac{\partial C_g}{\partial x}, \frac{\partial C_g}{\partial y}, \frac{\partial C_g}{\partial x}, \frac{\partial C_g}{\partial y}$ の値を近似し、この操作を各格子でより正確な $\frac{\partial C_g}{\partial x}, \frac{\partial C_g}{\partial y}, \frac{\partial C_g}{\partial x}, \frac{\partial C_g}{\partial y}$ の値が求まるまで繰り返して求め、これら(1)式および(2)式から求まる流れのある場合の波速 C_* および波の群速度 C_g を用いて計算する、である。

3. 解析結果および考察

図-1 は各格子点上の流速を表わす流速ベクトル図であり、この場合、河口における平均流速は 1.0 m/s である。図-2 および図-3 は、波高が $\frac{1}{40}$ の一様勾配で、波の周期は 10 sec 、入射角度は 90° 、入射波高は 1.0 m の波が、図-1 で表わされる流れに出会った場合の屈折図および等波高比線図を、(II) の方法(赤字の1は1回の繰り返し計算であることを示す)で求めたものである。なお、等波高比線図の破線は破波線を示す。

一般に、流れがある場合、波長 L_* は波長 L からかなり変化するが、浅海波の場合、 C_* はほとんど変化しないため、(I)、(II)、(III) のいずれの方法を用いても同じ屈折図が求まる。 C_g は流速が大きくと C_* の変化よりもやや大きくなり、(I) および(II) の方法で求まる波高変化よりも(III) の方法の方がやや大きい波高変化を与える。また、深海波の場合 C_* および C_g は流れによって浅海波の場合より大きく変化するため、(II) の方法によって屈折図および波高変

化を求めなければならない。結局、浅海波で流速が小さい場合は、(Ⅱ)あるいは(Ⅳ)の方法で十分であり、流速が大きい場合は(Ⅳ)の方法を用いなければならない。また、深海波の場合にも(Ⅱ)や(Ⅳ)の方法では不十分であり(Ⅲ)の方法で求めなければならない。

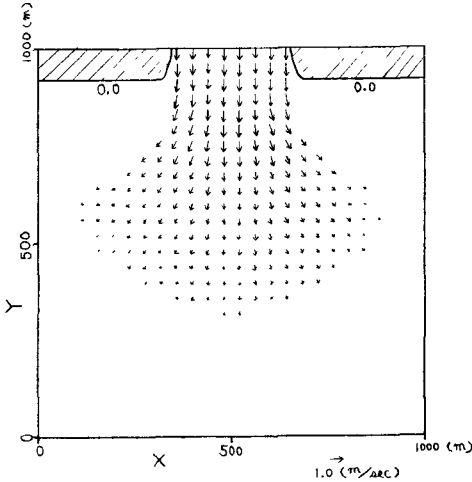


図-1 流速ベクトル図

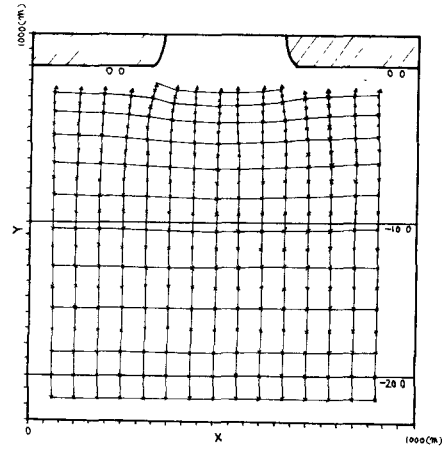


図-2 屈折図

