貯水池の洪水制御機能についての一考察

神戸大学工学部　正会員　神吉　和夫

1．まえがき：　貯水池群による洪水制御を考えるとき，個々の貯水池の洪水調節機能を知ることは重要である。ここでは，ある貯水状態にある貯水池が単位時間 Δt 後にどのような状態に遷移可能であるかについて考える。

2．単一貯水池の洪水制御機能：　一般に貯水池の貯水量は水位の関数として与えられ，その最大値，S_{max}，は H_{max} のとき生じる。

$$S(t)=f\{H(t)\}\quad,\quad S_{max}=f(H_{max})\qquad(1)$$

通常，貯水池での水の挙動は連続の式で与えられる。時刻 t における貯水池への流入量を $I(t)$，貯水池からの放流量を $R(t)$ とすると，

$$dS(t)/dt = I(t)-R(t)\qquad(2)$$

ここで　$I(t)\geqq 0\ ,\ R(t)\geqq 0\ ,\ 0\leqq S(t)\leqq S_{max}$　　(3)

放流口のディメンションを固定してやると，放流量 $R(t)$ は水位 $H(t)$ の関数として与えられ，

$$R(t)=\sum_j {}^jR(t)=\sum_j {}^jg\{H(t)\}\qquad j\text{は放流口番号}\qquad(4)$$

式(1)〜(4)を数値解析その他の手法で解くことが出来れば，流入量ハイドログラフから放流量ハイドログラフおよび貯水量変動を確定することが可能である。

簡単化のため，式(2)を［t，t+Δt］で積分し

$$S_{t+1}=S_t+I_{t^*}-R_{t^*}\qquad(5)$$

ここで　$S_t=S(t),\ S_{t+1}=S(t+\Delta t),\ I_{t^*}=\int_t^{t+\Delta t}I(\eta)d\eta,\ R_{t^*}=\int_t^{t+\Delta t}R(\eta)d\eta$

さらに，R_{t^*} のとり得る範囲が次式で与えられるとする。

$$0\leqq R_{t^*}\leqq R_{max}\qquad(6)$$

このとき，貯水池の状態遷移は図－1の斜線を付した多面体の内部において可能である。

$$\left.\begin{aligned}&S_{t+1}^{min}\leqq S_{t+1}\leqq S_{t+1}^{max}\\&S_{t+1}^{min}=max\{0,S_t+I_{t^*}-R_{max}\}\\&S_{t+1}^{max}=min\{S_{max},S_t+I_{t^*}\}\end{aligned}\right\}\qquad(7)$$

$$S_t+I_{t^*}-R_{max}\leqq S_{max}\qquad(8)$$

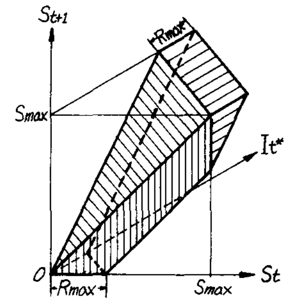


図-1 単一貯水池の機能空間
（$R_{max}<S_{max}$ の場合）

この多面体の (S_t, I_{t^*}) 面への射影を図－2に示す。図－2は次の5領域に分けることが出来る。

A；確実にOver flowを生じる領域

B；R_{t^*} の選択によってはOver flowを生じる領域

C；確実に遷移可能な領域

D；ある値以上の R_{t^*} は物理的に不可能な領域

E；物理的に不可能な領域

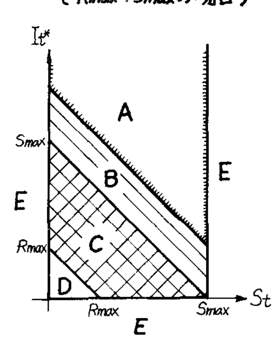


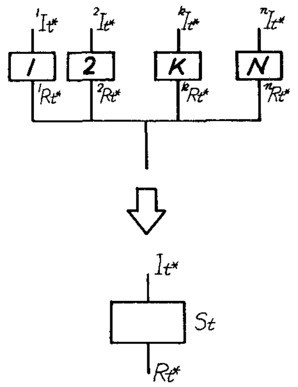
図-2 機能空間の (S_t, I_{t^*}) 射影

なお，この多面体内部を貯水池の機能空間と呼ぶことにする。

3．並列貯水池と等価単一貯水池： 貯水池群運用最適化を考える場合，*Dimensionality* という困難な問題にぶつかる。この解決法の一つとして，複数の貯水池を単一の貯水池に置換して最適計算を行ない，その結果から元の複数貯水池の制御を決定出来ないかという等価貯水池の考えが出てきた。ここでは，前述の機能空間を用いて等価性を定義し，並列貯水池といわゆる等価単一貯水池との等価性を検討する。

等価性の定義 "貯水池系 A，B が等価とは，その機能空間が一致することである。"

(a) 2並列貯水池の場合 変換ルールとして，任意時刻における両系の流入量，貯水量を等しくする。



変換ルール

$I_{t^*} = \sum_i {}^iI_{t^*}$

$S_t = \sum_i {}^iS_t$

$S_{max} = \sum_i {}^iS_{max}$

$R_{max} = \sum_i {}^iR_{max}$

$$I_{t^*} = {}^1I_{t^*} + {}^2I_{t^*}, \quad S_t = {}^1S_t + {}^2S_t \qquad (9)$$

単一貯水池では $S_{max} = {}^1S_{max} + {}^2S_{max}$，$R_{max} = {}^1R_{max} + {}^2R_{max}$ (10)

式(7)～(10)より，S_{t+1} のとり得る範囲は，

$$\left.\begin{aligned} S_{t+1}^{min} &= max\{0, {}^1S_t + {}^2S_t + {}^1I_{t^*} + {}^2I_{t^*} - {}^1R_{max} - {}^2R_{max}\} \\ S_{t+1}^{max} &= min\{{}^1S_{max} + {}^2S_{max}, {}^1S_t + {}^2S_t + {}^1I_{t^*} + {}^2I_{t^*}\} \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

$${}^1S_t + {}^2S_t + {}^1I_{t^*} + {}^2I_{t^*} - {}^1R_{max} - {}^2R_{max} \leqq {}^1S_{max} + {}^2S_{max} \qquad (12)$$

一方，2並列貯水池について仮に $\widehat{S}_{t+1} = {}^1S_{t+1} + {}^2S_{t+1}$ を作ると，

$$\left.\begin{aligned} \widehat{S}_{t+1}^{min} &= max(0, {}^1S_t + {}^1I_{t^*} - {}^1R_{max}) + max(0, {}^2S_t + {}^2I_{t^*} - {}^2R_{max}) \\ \widehat{S}_{t+1}^{max} &= min({}^1S_{max}, {}^1S_t + {}^1I_{t^*}) + min({}^2S_{max}, {}^2S_t + {}^2I_{t^*}) \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

$${}^1S_t + {}^1I_{t^*} - {}^1R_{max} \leqq {}^1S_{max}, \quad {}^2S_t + {}^2I_{t^*} - {}^2R_{max} \leqq {}^2S_{max} \qquad (14)$$

このとき， $S_{t+1}^{max} \geqq \widehat{S}_{t+1}^{max}$，$S_{t+1}^{min} \leqq \widehat{S}_{t+1}^{min}$ (15)

が成立するので，2並列貯水池の機能空間は単一貯水池のそれに含まれることがわかる。

(b) n 並列貯水池の場合 (a)と同様にして単一貯水池では，

$$S_{t+1}^{min} = max\{0, \sum_{i=1}^{n}({}^iS_t + {}^iI_{t^*} - {}^iR_{max})\}, \quad S_{t+1}^{max} = min\{\sum_{i=1}^{n}{}^iS_{max}, \sum_{i=1}^{n}({}^iS_t + {}^iI_{t^*})\} \qquad (16)$$

$$\sum_{i=1}^{n}({}^iS_t + {}^iI_{t^*} - {}^iR_{max}) \leqq \sum_{i=1}^{n}{}^iS_{max} \qquad (17)$$

一方，n 並列貯水池に対して $\widehat{S}_{t+1} = \sum_{i=1}^{n}{}^iS_{t+1}$ を作ると，

$$\widehat{S}_{t+1}^{min} = \sum_{i=1}^{n} max(0, {}^iS_t + {}^iI_{t^*} - {}^iR_{max}), \quad \widehat{S}_{t+1}^{max} = \sum_{i=1}^{n} min({}^iS_{max}, {}^iS_t + {}^iI_{t^*}) \qquad (18)$$

$${}^iS_t + {}^iI_{t^*} - {}^iR_{max} \leqq {}^iS_{max} \quad i = 1, 2, \cdots, n \qquad (19)$$

このとき， $S_{t+1}^{max} \geqq \widehat{S}_{t+1}^{max}$，$S_{t+1}^{min} \leqq \widehat{S}_{t+1}^{min}$ (20)

の成立が数学的帰納法により証明される。したがって一般に並列貯水池の機能空間は式(9)，(10)の変換ルールにより作られる単一貯水池の機能空間に含まれることがわかる。

4．あとがき：同様の推論より，直列貯水池の機能空間が単一貯水池のそれに含まれることが証明出来る。ところで，複雑な*Network* を持つ貯水池系では，入出力の*topological* な構造も制御機能に関与すると考えられるので，今後さらに一般的な表現を検討する必要があろう。 おわりに，本研究を行なうにあたり，適切なご指導をいただいた神戸大学松梨順三郎教授に感謝の意を表します。

参考文献

高棹・瀬能；"ダム群による洪水調節に関する研究(I)" 京大防災研年報 第13号B(S45)