流域の地形学的特性について

京都大学工学部　正員　岩佐　義朗
京都大学大学院　学正員　○小林　信久
〃　〃　棚橋　通雄

(1)はじめに：河川流域の地形学的特性を定量的に表現する場合、現在広く用いられているStrahlerのOrderingでは河道ネットワークをSegmentに分割するため、オーダーUの河道とそれ以下のオーダーの河道の合流点が無視されている。しかし、このような合流点においても流量などの水理量は変化する。さらにStrahlerの方法では河道の合流に対して結合則が成立しない。たとえば＊を二つの河道の合流を表わす演算子であるとすると、2＊(1＊1)=3 、(2＊1)＊1=2　となる。

Shreveはこれらの欠点を改良するために、河道ネットワークをリンクに分割し、Strahlerのオーダー1の河道に相当する外部リンクのマグニチュードを1とし、各合流点においてマグニチュードM_1とM_2の二つのリンクが合流してできるリンクのマグニチュードをM_1+M_2とする方法を提案した。これを式で表せば$M_1＊M_2=M_1+M_2$となる。本報ではマグニチュードに対する種々の地形則をランダムモデルを用いて理論的に求め、さらに実測値との比較検討した結果を示すものである。

(2)河道リンク数則：トポロジー的にランダムなモデルでは、外部リンクの数nの河道ネットワーク，TDCN(topologically distinct channel networks)は同一の確率でおこる。外部リンクの数がnの場合、TDCNの総数Z_nは、${}_{2n-2}C_{n-1}/n$ である[1]。ただし$n=1$の場合$Z_1=1$であることを考慮して${}_0C_0=1$とする。いま、マグニチュードi $(1\leqq i\leqq n)$のリンクをj本持つTDCNの数を$(Z_n)_{ij}$で表わすと、(i) $i=1$のとき、$j=n$であるから　$(Z_n)_{1j}=\delta_{jn}Z_n$　(ii) $i=n$のとき、$j=1$であるから　$(Z_n)_{nj}=\delta_{j1}Z_n$　(iii) $2\leqq i\leqq n-1$のとき　$\sum_{j=0}^{J}(Z_n)_{ij}=Z_n$　となる。ただし　$J=[n/i]$で、[ ]はガウス記号である。ここでマグニチュードiのリンクはその上流に外部リンクをi本持つことに注目すれば、とくに(iii)の場合に対して　$(Z_n)_{ij}$はつぎのように表わせる。

(a) $j=J$のとき　$(Z_n)_{ij}=F^j_{ni}$　…(1)

(b) $0\leqq j\leqq J-1$のとき、この場合は$j=j+1, j+2,\cdots,n$となる場合を除く必要があるので

$$(Z_n)_{ij}=F^j_{ni}-\sum_{l=j+1}^{J}{}_lC_j(Z_n)_{il} \quad\cdots(2)$$

ここに　$F^j_{ni}\triangleq(Z_i)^j Z_N\,{}_NC_j$　, $N=n-j(i-1)$

いま$i=1,n$の場合にも(1),(2)は成立するので一般的に$i=1,2,\cdots,n$に対して(1),(2)式をまとめて(3)式を得る。

$$\sum_{l=j}^{J}{}_lC_j(Z_n)_{il}=F^j_{ni}\quad j=0,1,\cdots,J \quad (3)$$

ここでn,iを固定して(3)を$(Z_n)_{ij}$について解けば

$$(Z_n)_{ij}=\sum_{k=j}^{J}F^k_{ni}\,{}_kC_j(-1)^{k-j}\quad\cdots(4)$$

と表わされる。マグニチュードiのリンクをj本含む河道ネットワークの出現する確率をP^j_{ni}で表わすとランダム性の仮定より　$P^j_{ni}=(Z_n)_{ij}/Z_n$　··(5)

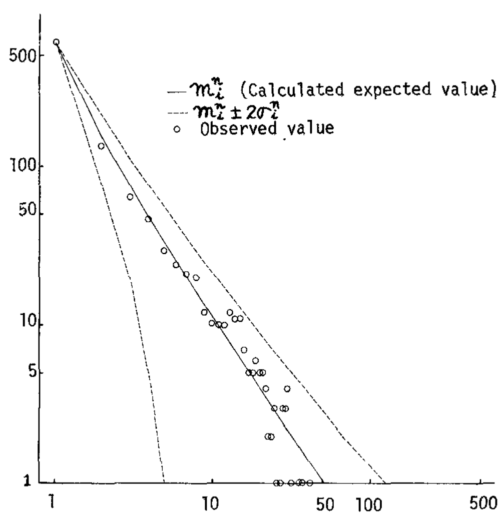

Fig.1　　Stream Magnitude i

で与えられる。このトポロジー的にランダムな母集団におけるマグニチュードiのリンク数の期待値をm_i^n，標準偏差をσ_i^nで表せば、それぞれつぎのように表わせる。

$$m_i^n=\sum_{j=1}^{J} j\cdot P_{ni}^{j} \quad \cdots\cdots(6) \qquad (\sigma_i^n)^2=\sum_{\ell=0}^{J}(\ell-m_i^n)^2 P_{ni}^{\ell} \quad \cdots\cdots(7)$$

(3),(5)を用いると、(6),(7)はつぎのようになる。

$$m_i^n=(n-i+1)Z_i Z_{n-i+1}/Z_n \quad (8) \qquad (\sigma_i^n)^2=2(Z_i)^2 Z_{n-2(i-1)}\cdot{}_{n-2(i-1)}C_2/Z_n+m_i^n-(m_i^n)^2 \quad (9)$$

外部リンクの数がnである実際の河道ネットワークにおけるマグニチュードiのリンク数をM_i^nで表わせばチェビシェフの不等式より $m_i^n-2\sigma_i^n<M_i^n<m_i^n+2\sigma_i^n$ の範囲にM_i^nが入る確率は3/4以上である。Fig.1に新宮川(n=607)に対して理論値m_i^n，$m_i^n\pm2\sigma_i^n$と実測値を比較して示してある。また大井川，揖斐川，安曇川，十津川，北山川に対してもほぼ同様の結果を得た。これらの結果によりここで用いたランダムモデルの妥当性を知ることができ、河道リンク数に関する(8),(9)式を河道リンク数則と呼ぶことにする。

つぎに河道リンクの合流に関してはマグニチュードjと$i-j$のリンクが合流してできるマグニチュードiのリンク数の期待値をm_{ji}^n ($j=1,2,\cdots,[i/2]$)で表わすと、

$$m_{ji}^n/m_i^n=(2-\delta_{j\frac{i}{2}})Z_j Z_{i-j}/Z_i \qquad (10)$$

さらに河道リンクの配分に関してはマグニチュードiのリンクに合流するマグニチュードjのリンク数の期待値を$(m_j^n)_i$ ($i=j+1,j+2,\cdots,n$)で表わすと、

$$(m_j^n)_i/m_j^n=2Z_{i-j}\cdot{}_{2n-2i}C_{n-i}/{}_{2n-2j}C_{n-j} \quad \cdots(11)$$

前述の河川流域に対して、これら河道リンクの合流・配分に関する理論値と実測値の比較を行なった結果、河道リンク数の場合とほぼ同様の結果を得た。以上(8),(9),(10),(11)により河道ネットワーク構造のトポロジー的特性のだいたいの傾向を知ることができる。

(3)河道リンク長・面積則：ランダムリンク長モデル[2)]を用い、マグニチュードiのリンクの平均長を$\overline{L_i}$，このリンクより上流にある平均的な全リンク長を$\overline{\mathcal{L}_i}$をマグニチュードiの関数として表わす。

$$\overline{L_1}=\ell_e \qquad \overline{L_i}=\ell_i \qquad i=2,3,\cdots,n \quad \cdots(12)$$

$$\overline{\mathcal{L}_i}=i\ell_e+(i-1)\ell_i \qquad i=1,2,\cdots,n \quad \cdots(13)$$

ここでℓ_e,ℓ_iは外部リンク，内部リンクの平均長である。実測結果によれば、内部リンク長はかなりのばらつきがあるが下流方向に対して増加あるいは減少傾向は認められなかった。つぎにマグニチュードiのリンクより上流の流域面積の平均値$\overline{A_i}$は、流域全体における平均的な斜面長L_gが一定であるとすると、

$$\overline{A_i}=2L_g\ell_e i+2L_g\ell_i(i-1)=ia_e+(i-1)a_i \quad \cdots\cdots(14)$$

ここで$a_e=2L_g\ell_e$，$a_i=2L_g\ell_i$であり、それぞれ外部リンク，内部リンクへ直接流出する流域の面積の平均的な値である。マグニチュードiに対する河川密度の平均値$\overline{D_i}$を$\overline{D_i}\triangleq\overline{\mathcal{L}_i}/\overline{A_i}$で定義すれば$\overline{D_i}=1/2L_g$となり$L_g$がほぼ一定であるということは、河川密度が流域全体においてほぼ一定であるという仮定と同じである。前述の実測結果では、河川密度は流域全体においてほぼ一定，さらに$\overline{A_i}$と$\overline{\mathcal{L}_i}$はほぼ線形の関係があった。しかしこれはあくまで第一近似であり，より正確にはa_e,a_i,ℓ_e,ℓ_iの分布関数を求める必要がある。

(4)結語：ランダムモデルにより自然の河道ネットワーク構造をだいたい説明できることがわかったが，なおランダムモデルの適用範囲とその限界を明らかにする必要がある。さらに河川流域の地形的特性を表わすパラメーターをマグニチュードのみの関数としてではなくく，流域の水文学的・地質学的パラメーターを加え流域全体における物理的機構を明らかにする必要がある。

文献：(1) 水工水理学，丸善，p360,361　　(2) Advances in Hydroscience, 8, 1972, P305～355