

水流による砂れぎの移動特性について

京都大学工学部 正員 中川 博次
京都大学大学院 学生員 〇辻本 哲郎

1. まえがき 水流による砂れぎの移動特性は砂れぎの床面からの pickup rate p_b 及び step length λd に代表される。様々な移動床現象がこうした砂れぎの移動機構に基づいて合理的かつ統一的に説明されるべきであるとの考えから、本論文ではその基礎となるこれらの量の検討を行なった。

2. 砂れぎの pickup rate について 砂れぎの初期移動についてはこれまで砂粒に作用する力の釣り合いだけで論じられているが、移動前の微小揺動などから運動方程式に基づいた取り扱いが望ましいと考え、ここに図-1に示すような転動離脱としてモデル化し、剛体球の運動として考察した。

すなわち、完全転動を仮定すると、結局 初期角加速度 $\ddot{\theta}_0$ は、

$$\ddot{\theta}_0 d/g = B^* C^* (R_1 \cos \beta + \sin \beta) (\tau_* - \tau_{*c}) \quad (1)$$

となる。ここに、 $B^* = (\sigma/p - 1) / \{ (\sigma/p + C_M) (1 + \frac{4R_2^2}{d^2}) \}$;
 $C^* = \frac{1}{2} \frac{A_2}{A_1} A_2^2 C_D$; $\tau_{*c} = 2 \epsilon \frac{1}{A_2} \sin \beta / \{ A_2^2 C_D (R_1 \cos \beta + \sin \beta) \}$
であり、 σ/p : 相対密度、 C_M : 付加質量係数、 R_2 : 回転二次半径、 A_1, A_2 : 球の面積及び体積に対する形状係数、 $A^* = u/u_*$ 、 u : 着目砂粒の中心での局所流速、 C_D : 抗力係数、 R_1 : 揚力抗力比 $\tau_* = u_*^2 / \{ (\sigma/p - 1) g d \}$ 、 ϵ : 遮蔽係数である。また、剪断応力の変動を正規分布に仮定し、 τ_{*c} を超える分についての平均値 $\bar{\phi}_0$ 、 $p_b \tau_{*c}$ 時間作用するとした。ここに p_b は $\tau_* \geq \tau_{*c}$ の確率であり、 τ_{*c} は初期移動に影響する乱れの周期に相当するもので、 $\tau_{*c} = F_* \sqrt{(\sigma/p - 1) d/g}$ と仮定し、 F_* を実験定数とした。これより、砂れぎの離脱に要する平均時間を求め、その逆数を p_b と考え、次式を得た。

$$p_b \sqrt{d/(\sigma/p - 1) g} = F_* R_2 B^* C^* \{ (R_1 \cos \beta + \sin \beta) / \beta \} \cdot f_p(\tau_*) \quad (2)$$

ここにおいて、 $f_p(\tau_*) = p_0^2 \tau_{*c} \left\{ 1 + \tau_0 \frac{\phi(\tau_*)}{p_0} - \frac{\tau_{*c}}{\tau_*} \right\}$ 、
 $p_0 = \int_{\tau_{*c}}^{\infty} \phi(r) dr / \int_{-\frac{1}{\tau_0}}^{\infty} \phi(r) dr$ 、 $\phi(r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{r^2}{2}}$ 、 $\tau_0 = \frac{1}{p_0} \left(\frac{\tau_{*c}}{\tau_{*0}} - 1 \right)$ 、

であり、 R_2 は等角加速度とすると 0.5 である作用力変化を表わす係数、 τ_{*0} 、 τ_0 はそれぞれ無次元剪断応力の平均値及び変動係数であり、Einstein¹⁾ の実験結果より 0.5 とした。 $F_* R_2$ を実験定数として、従来の実験値^{2,3,4)} と検討したものが図-2 である。

図中の実線は $\sigma/p = 2.65$ に対して、また破線は $\sigma/p = 1.24$ に対する B^* を用いたものであり、ともに、 $F_* R_2$ 、 ϵ は実験値と

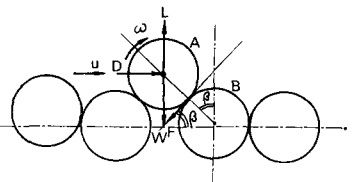


図-1 初期移動モデル

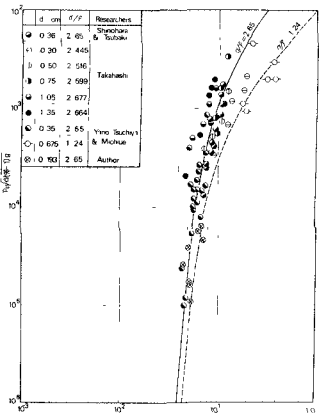


図-2 砂れぎの pickup rate

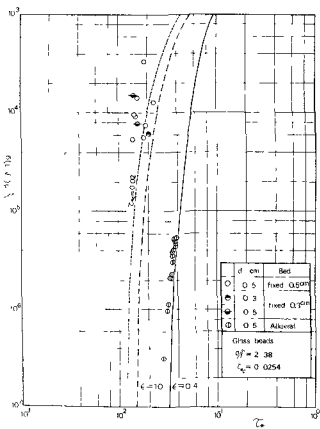
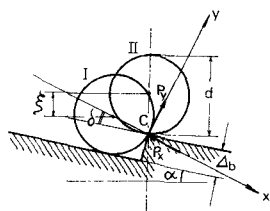


図-3 遮蔽係数の検討

適合するように、それぞれ 3.2×10^{-2} , 0.4 とした。また、 $A_2 = \frac{\pi}{4}$, $A_3 = \frac{\pi}{8}$, $C_0 = 0.44$, $C_M = 0.5$, $k^2/d^2 = \frac{1}{10}$, $\beta = \frac{\pi}{2}$, $A^* = 6.55$ とし計算した。この図によると、実験値と理論曲線は良い対応を示し、(2)式により砂粒の pickup rate が充分推定できることがわかる。なお、図-3 はガラスビーズを用いて行った初期移動の実験によるもので、固定床粗面工の非拘束粒子について実験した結果と、移動床での結果を比較している。図中の直線及び一点鎖線は、それぞれ $\epsilon = 0.4$, 1.0 に対するもので、実験定数 $F \cdot k_2$ は先と同じ値を用いている。これによって $\epsilon = 0.4$ が移動床の場合の遮蔽係数としてほぼ妥当であることがわかる。

3. step length について step length については、床面状態が大きな影響を与えるという実験に基づく推測から、図-4 に示すような突起への衝突の際の突起乗越確率の考察を行った。転動してきた砂粒が突起に衝突する前後に対し運動量保存則、図の I と II の状態に対しエネルギー保存則を適用すると、衝突直前の砂粒の転動角速度に対する突起乗越限界値 ω_c が求められる。一方砂粒が抗力を受けて転動すると仮定すると、転動距離と転動速度の関係が得られ、結局突起乗越のための転動距離の限界値 $z_c d$ は次式で与えられる(近似式)。



$$z_c = \frac{2(1 + \frac{h^2}{d^2})}{9P_*} \frac{\Delta^*}{\{T(1 + \frac{h^2}{d^2} - 2\Delta^*) - \sqrt{1 + \frac{h^2}{d^2}} \sqrt{2\Delta^*}\}^2} \quad (3)$$

ここに、 $z = x/d$, $\Delta = \Delta_0/d$, $P_* = \frac{1}{2} \frac{A_3}{A_2} C_0 / \{1 + \frac{h^2}{d^2}\} (\epsilon + C_M)$, $T = A^* u^* / \sqrt{g d}$ である。突起の分布をランダムとし、突起間隔の分布に指数分布を与えると、突起乗越確率 p_0 は $\Delta^* = \Delta_0$ とすると、

$$p_0 = \exp(-z_c / z_0) \quad (4)$$

となる。ここに z_0 は平均突起間隔で Δ_0 と対の実験定数である。これより、砂粒の停止する有効突起の間隔は、 $z_0 / (1 - p_0)$ となり、Einstein³⁾らと同様、流体力の効果を含めて、固定床での step length を表わす式、

$$\lambda = z_0 / \{(1 - p_0)(1 - p_0)\} \quad (5)$$

が得られる。ところが移動床では突起に衝突の際、突起及びその付近の砂粒がすべて動き、移動砂粒だけに運動量保存が成立せず、ここでは、突起を含め近傍砂粒幾個が動ける状態の時、移動砂粒の持つ運動量が減じ、停止するとし、砂粒の動ける状態の確率を p_0 で表わし、結局移動床での step length は次式で与えた。

$$\lambda = z_0' / p_0^* (1 - p_0) \quad (6)$$

ここに、 z_0' , p_0^* は実験定数とした。これは図-5、図-6 に示すように、実験値によって検討すると、実験値を適当に選ぶことにより十分に特性を示し得る。しかし、(6)式については、今後更に詳細な機構の考察が必要と考える。

<参考文献>

- 1) Einstein & El-Samni; Rev. Mod. Phys., 1949
- 2) 篠原・梅; 九大防災研報, 昭.32, 3) 高橋; 新防防, 昭.41
- 4) 矢野・土屋・道上; 東大防災研年報第11号昭.43, 5) Einstein; Trans ASCE, 1942

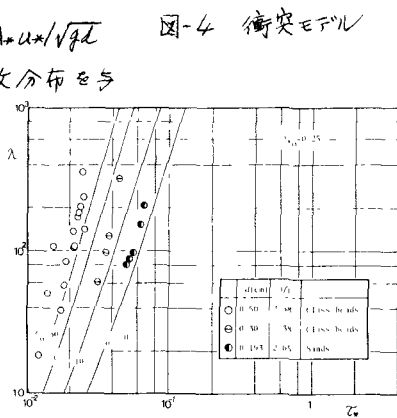


図-5 固定床での step length

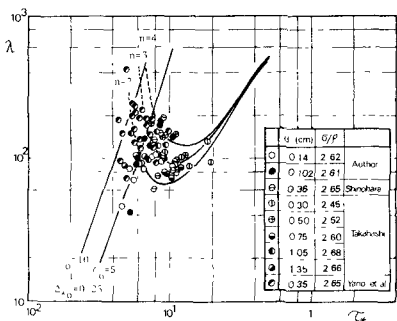


図-6 移動床での step length