

開水路網の解析法について

京都大学工学部 正 員 岩佐 義朝
 京都大学工学部 正 員 〇 綾 史郎
 京都大学大学院 学生員 山本 正幸

1. まえがき

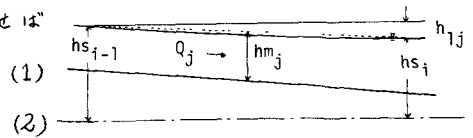
筆者らは、グラフ理論を適用した水路網の解析法について研究して来たが⁽¹⁾、本報告では低平地における排水路網内の流れのような緩流速の定常流の流量解析法について、報告する。なお、水路は簡単なため長方形の一樣断面水路から構成されているものとする。

2. 基礎方程式とその行列表示

長方形断面の一樣水路について、運動方程式を示せば

$$(1 - Fr^2) \frac{dh}{dx} = -\frac{d\epsilon}{dx} - f |Q| Q$$

$$f = \frac{n^2}{R^{4/3} A^2}$$



ここに符号は慣用のとおりである。

さて、実際の水路網に対して、水路網の境界端、合流・分岐点、流出入口および適当な断面を節点に選定、それらと実際の水路にしたがって有向枝で結べば、水路網は有向グラフで表現される。節点定義量として、 h_s 、枝定義量として、 Q を選定し(1)を枝として2節点間で積分すると(図-1参照)

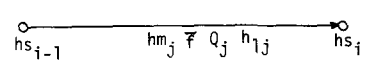


図-1

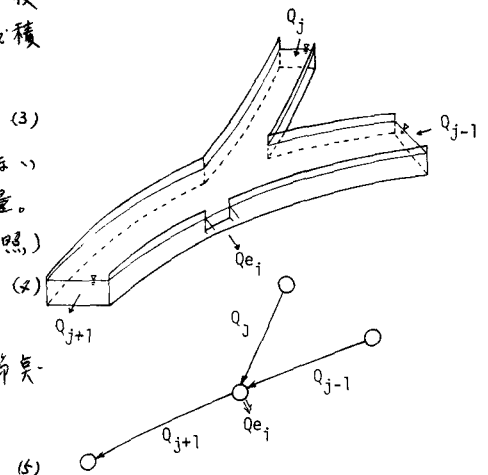
$$h_{s,i} - h_{s,i-1} = -\int_{i-1}^i f_j |Q_j| Q_j dx \quad (3)$$

ここに h_s : 水位、 $\int$: 枝に於ける水深は定義されない。ここで、 $h_{m,j} = \frac{1}{2}(h_{s,j} + h_{s,j-1})$ を用いて(2)により計算された量。

また、節点における流量の連続関係として(図-2参照)

$$\sum Q_j = Q_{e,i}$$

ここに $Q_{e,i}$: システム外との流出入流量



(2)

(6)

図-2

(3), (4)の関係を有向グラフの表現法の一つである節点-枝接続行列 A を用いて、水路網全体について記せば

$$A^T h_s = F |Q| Q$$

$$A Q = Q_e$$

ここに F : $\int f_j dx$ を成りとする対角行列、 $|Q|$: 流量 Q の絶対値を成分とする対角行列、 h_s , Q , Q_e : それぞれ $h_{s,j}$, Q_j , $Q_{e,j}$ を成りとするベクトル

(5), (6)の関係は、管路網における関係と類似であるが、 F が水深の関数である点で大きく異なる。また、このことから、流量解析法として管路網解析における圧力校正法の立場、

すなわち、水位を一次変数として解析する方法が便利であると考えられる。

3. 計算法

(5), (6) の方程式系は未知数と独立な方程式の数の関係から、節点数 (n 個) だけの変数を既知としなければ解が定まらないが、ここで m 個の流入流出量, $n-m$ 個の水位を与えようとしたら、 h_s , Q_e はつぎのように分けられる。

$$h_s = \begin{Bmatrix} h_{su}(m) \\ h_{su}(n-m) \end{Bmatrix} \quad Q_e = \begin{Bmatrix} Q_{eu}(m) \\ Q_{eu}(n-m) \end{Bmatrix} \quad (7)$$

ここに添字 u は既知・未知成分を示す。

また、接続行列 A もつぎのように二つに分割する。

$$A(m, e) = \begin{Bmatrix} A_1(m, e) \\ A_2(n-m, e) \end{Bmatrix} \quad (8)$$

ここに e ; 枝数

(5) (7) を用い 2, Newton の近似法を適用して、仮定値 $h_{su}^{(1)}$ に対する補正量を求めれば、

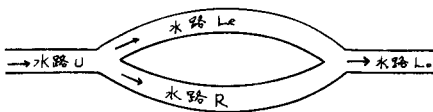
$$\Delta h_{su} = [A_1(KA_1^T - K'A_1^T)]^{-1} (Q_e - A_1Q) \quad (9)$$

(9) において、 K は節点における水位の仮定の誤差による水位差の誤差によるものであり、 K' は K の誤差によるものである。流量計算のフローチャートを示せば図-3 のようである。

節点における水位 h_j と流入流出量 Q_e との間直接的な関数関係が存在する場合にも同様の手法で流量を求めることが出来る。

4. 計算例

表 1 に示す水路形状と境界条件を持つ水路について、収束状況を示せば図-4 のようである。



底面勾配	10^{-4}
水路幅 (m)	1000
粗度係数 (m-sec)	0.03 水路 U, Le, Lo 0.01 水路 R
上流端流量 (m³/s)	2000
下流端水位 (m)	3.0

表-1

- 1) 水位・流量: プラザ河川による水路網不定流の解析結果について 2714 年流
- 2) 水位・流量・断面: 河川表示によるプラザ河川の流量計算結果について 2610 年流

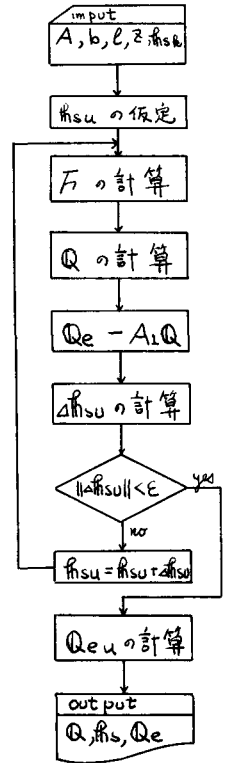


図-3

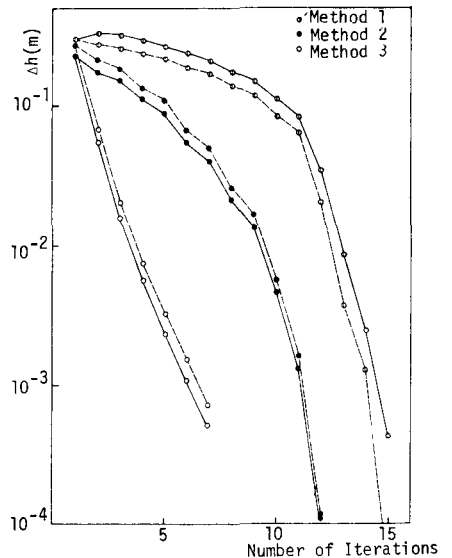


図-4