

## 開水路非定常流のシミュレーションについて(オナ報)

京都大学工学部 正員 岩佐 義郎

〃 〃 〇井上 和也

西松建設

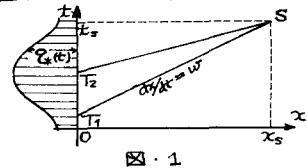
前林 裕文

前報<sup>1)</sup>まででは、開水流の Kinematic waves 理論について、その近似解を導き、また dynamic waves としての数値シミュレーションによってそれらの検討を行なった。その結果、流下距離が小さいあいだ、波腹でのわずかち減衰を除いて kinematic waves の第 1 次近似解が十分適用されることが分った。一方流下距離がある程度大きくなると、水面こう配が無限大となる kinematic shock が現われ、上述の取扱いでは不十分なことが認められた。本報は、kinematic shock を含む kinematic waves の第 1 次近似解について述べるとともに、kinematic waves の第 2 次近似法の 1 つであるゆる拡散項を含む取扱い法およびその数値シミュレーション法を導き、これらの結果と dynamic waves としての数値解との比較を行なったものである。なお簡単のため水路は広長方形断面の一様水路とし、径深は水深で近似されるとする。

## 1. Kinematic shock を含む kinematic waves の第 1 次近似解

Kinematic waves 理論はつきの式より構成される。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0 \quad (1), \quad h = f(Q) \quad (2)$$



図・1

ここで、 $h$ ：水深、 $Q$ ：単位幅流量であり、(1)式は連続式、(2)式は運動方程式を近似したもので、抵抗則として Manning 式を用ひると  $h = (nQ/S_0^{1/2})^{3/5}$  である (り、粗度係数、 $S_0$ ：水路こう配)。Kinematic waves の第 1 次近似解はつきのようである。すなはち、(1)、(2)式より

$$w \equiv \frac{dQ}{dh} = 1/f(Q) \quad (3)$$

でその伝播速度  $w$  が与えられ、その上で  $Q$  は一定で  $Q = Q_*(T)$  である ( $Q_*$ ：上流端の流入流量、 $T$ ： $\frac{dx}{dt} = w$  が上流端を通過する時間)。さて、 $1/f(Q)$  はその増加関数であるから、 $Q_*(t)$  が増加するとき、後の kinematic wave が先のそれに追いつき、shock が形成される。いま図・1を参照して、 $x=0$  (上流端) を時間  $T_1$ 、 $T_2$  に当たる kinematic waves が S 点 ( $x_s, t_s$ ) で交わるとする。このとき、 $T_1, T_2, x_s, t_s$  の間につきの関係が成立する<sup>2)</sup>。

$$x_s = x_s f(Q_1) + T_1 = x_s f(Q_2) + T_2 \quad \dots (4), \quad \int_{T_1}^{T_2} Q_* dt = - \left[ Q f'(Q) - f(Q) \right]_{Q_1}^{Q_2} x_s \quad \dots (5)$$

ここで、 $Q_1 = Q_*(T_1)$ 、 $Q_2 = Q_*(T_2)$  であり、また(5)式は(4)式を  $ST_2T_1$  の領域において積分した結果である。(4)、(5)式より、たとえば  $T_2$  を parameter として  $T_1, x_s, t_s$  が計算され、shock の軌跡が求められる。なお、shock 以外では上述の第 1 次近似解が適用される。

## 2. 拡散項を含む kinematic waves

上述の取扱いでは、shock 以外での開水流の減衰はあらわされない。また、shock では水深、流量が不連続的に変化することになるが、実際には二のようち水面形は考えられない。さらに、二のようち shock を含む計算を機械計算によつて行なう手法は容易でない。これらの

式を改めますため、拡散項を含む kinematic waves を導く。拡散項は左とすれば、(2)式に茨木の上昇期と下降期との差を含めると ( $h = f(t, x)$ ,  $q_t = \frac{\partial h}{\partial t}$ ) ことによつても導入されますが、ここで<sup>3)</sup>は速水と同様に運動方程式中の水面こう配の項を考慮した次式を用ひる。

$$q = \frac{1}{n} S_0^{1/2} h^{5/3} \left( 1 - \frac{1}{2S_0} \frac{\partial h}{\partial x} \right)^{1/2} \quad \dots (4)$$

(6)式と(4)式から高次の項を省略して次式が得られる。

$$\frac{\partial h}{\partial t} + u \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{q}{2S_0} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \quad \dots (7)$$

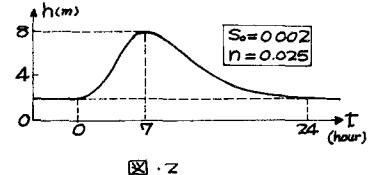


図.2

(7)式を線型化して解いたのが速水の解である。この解では  $u$  の相違による shock の発生がはじめから除外されており、いまの場合には不適当である。しかし、(7)式を解析的に解くことは困難なので、つきの差分式によつて数値的に解くことにす。

$$h_j^{n+1} = h_j^n - \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{w_{j+1}^n + w_j^n}{2} (h_j^n - h_{j-1}^n) + \frac{\Delta t}{2(\Delta x)^2} \frac{q_{j,n}^n + 2q_j^n + q_{j-1}^n}{4S_0} (h_{j,n}^n - 2h_j^n + h_{j-1}^n) \quad \dots (8)$$

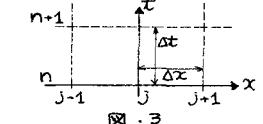


図.3

ただし、(7)、(8)式の  $q$  は(6)式の  $\frac{\partial h}{\partial x}$  の項を無視して計算され、 $u$  も(3)式から求められるとする。(7)式の左辺には上述の shock の発生機構が含まれてあり、また右辺の拡散項によつて不連続性 shock は緩和される。さらに、(8)式は太方向に前方差分、X 方向に後方差分で安定性の面から好しく、また機械計算に適していふ。

数値シミュレーション 水路 ( $n=0.025, S_0=0.002$ ) は十分長く、初期条件は  $h=2m$  の等流とし、上流端に図 2 の水深変化を与えた。Dynamic waves の計算は Lax-Wendroff 法と固定格子法を用いた特性曲線法によつた。図 3・4 は計算結果で、図中の速水の解では  $q, u$  として図 2 の波頂ごとの値をとつた。Lax-Wendroff 法および上述の 1, 2 の取扱いの結果は互いによく一致してあり、また工流端の水深変化が穏やかで kinematic waves のための仮差が満たされているとみられるから、これらの結果は茨水流の解を与えると考えられ、特性曲線法では shock などの変化の急激な部分で減衰が大きく計算されることは分かる。以上から、shock が生ずるようす茨水流の解析は、dynamic waves によらなければ、(7)式あるいは(8)式によつて比較的簡単に行はれうることが知られる。最後に計算にあたつて援助いただいた片山猛君に感謝します。文献 1) 岩井井上 著編, 49 年度度年譜, II-2/2) Lightill, Whitbam, Proc Roy Soc London, Vol 229, 1955 /3) Hayami, Bulletin of DPR I, Kyoto Univ, No 1, 1951 /4) 木下武雄, 22 年譜, II-23, 1969

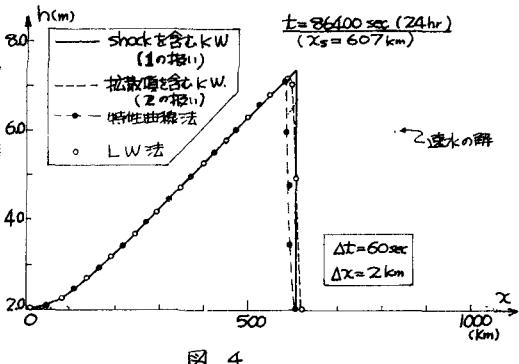


図.4

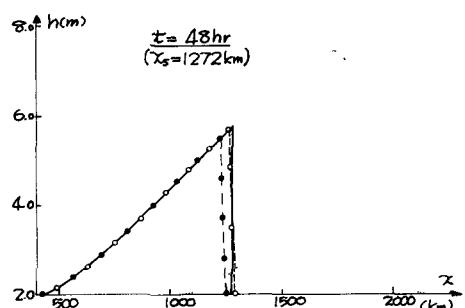


図.5 (記号・計算条件は図 4 と同じ)