I－60

構造物の設計再現期間について

神戸大学工学部　正員　西村 昭
(株) 大林組　正員 ○山根修治
神戸大学大学院　坂田 豊
北海道大学大学院　学生員　冨田大造

1．まえがき

従来の構造物の設計法では，自然荷重の設計値の決定は，その再現期間を基礎としている。本研究では，その再現期間がいかなる確率論的性質を有するかを示すとともに，設計再現期間とそれに基づいて設計された構造物の安全性について，数値計算をもとに考察を行なう。

2．再現期間の確率論的性質

荷重Sの毎年最大値 x の確率分布関数 $F_S(x)$ が求められているとする。設計荷重として x_d を考えて，x_d 以上の荷重が発生した年を基準として，t年目に再び x_d 以上の荷重が発生する場合，このt年を x_d 以上の事象の生起間隔と名付ける。生起間隔t年の確率密度関数を $g(t)$ とすると，これは最初の $(t-1)$ 年間は x_d より小さい荷重が発生し，t年目に x_d 以上の荷重が発生する確率と考えられるから，

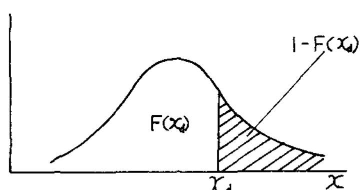

図-1

$$g(t) = F_S(x_d)^{t-1}\{1-F_S(x_d)\} \qquad (1)$$

式(1)は，幾何分布を表わす式に他ならない。

また，式(1)から生起間隔tの期待値E(t)は，次のように求められる。

$$E(t) = \sum_{t=1}^{\infty} t\cdot g(t) = \sum_{t=1}^{\infty} t\cdot\{F_S(x_d)^{t-1} - F_S(x_d)^t\} = 1 + F_S(x_d) + F_S(x_d)^2 + \cdots$$
$$= 1 \big/ \{1-F_S(x_d)\} \qquad (2)$$

式(2)は，従来から再現期間Tの定義式として用いられている

$$T = 1 \big/ \{1-F_S(x_d)\} \qquad (3)$$

と一致する。

また，式(1)に対する確率分布関数G(t)は，

$$G(t) = \sum_{t=1}^{t} g(t) = 1 - F_S(x_d)^t \qquad (4)$$

したがって，再現期間を式(3)によって定義すると，再現期間Tまでに x_d を超過する荷重が発生する確率G(T)は，各設計再現期間に対して表-1のように求まる。

表－1

再現期間T	10(年)	30	50	100	200	∞
G(T)	0.6513	0.6383	0.6358	0.6340	0.6330	0.6321

3．破壊確率の基礎式

構造物の強度Rの確率密度関数を $f_R(x)$ とすると，強度がある値 x_1 である確率は $f_R(x_1)dx$ で表わされる。また，荷重Sの毎年最大値の確率分布関数が $F_S(x)$ であるので，n年間に生じるn個の荷重が x_1 より小さい確率は，$S = x_1$ に対する生起間隔

が $(n+1)$ 年以上である確率に等しい。したがって，式(1)を用いて次のようになる。

$$\sum_{t=n+1}^{\infty} g(t) = \sum_{t=n+1}^{\infty} F_S(x_1)^{t-1}\{1-F_S(x_1)\} \tag{5}$$

もし，強度と荷重が独立ならば，この２つの事象が同時に生起する確率は，両者の積の形で表わすことができる。

$$f_R(x_1)\,dx \times \sum_{t=n+1}^{\infty} F_S(x_1)^{t-1}\{1-F_S(x_1)\} \tag{6}$$

式(6)は，強度が x_1 であるときの構造物が n 年間破壊しない確率であるが，強度のばらつきを考えると，構造物が n 年間破壊しない確率 $L(n)$ は，次のように表わすことができる。

$$L(n) = \int_{-\infty}^{\infty}\sum_{t=n+1}^{\infty} F_S(x)^{t-1}\{1-F_S(x)\}\cdot f_R(x)\,dx = \int_{-\infty}^{\infty} F_S(x)^{n} f_R(x)\,dx \tag{7}$$

また，構造物が n 年以内に破壊する確率 $P_f(n)$ は，$L(n)$ の余事象であるから，次のように表わされる。

$$P_f(n) = 1 - L(n) = 1 - \int_{-\infty}^{\infty} F_S(x)^{n} f_R(x)\,dx \tag{8}$$

また，構造物が n 年目に破壊する確率 $p_f(n)$ は，式(7)を用いて，次のように表わされる。

$$p_f(n) = L(n-1) - L(n) = \int_{-\infty}^{\infty}\{F_S(x)^{n-1} - F_S(x)^{n}\} f_R(x)\,dx \tag{9}$$

4．数値計算結果

図-2は，荷重：第１種極値分布 EX-1（変動係数 0.3）と，強度が軟鋼材の降伏点のばらつきを想定した対数正規分布 LN（変動係数 0.109），または定値（メジアン）で不変の各場合とを組合せて，式(8)より求めた累積破壊確率 $P_f(n)$ の経過年数 n に対する変化を設計再現期間 R.P. を変えて示したものである。図-2より R.P. が大きくなれば，$P_f(n)$ は小さくなるが，その割合は R.P. の増加の割合ほどには大きくないことがわかる。

図-3は，破壊確率 $p_f(n)$ の経年変化を各 R.P. に対して表わしたものである。R.P. が10年の時には，R.P. を越えてから経過年数につれてその値は極端に小さくなっていくことがわかる。しかし，実際の設計に用いられる R.P. 30年から100年の間では，R.P. の大きさの違いは，$p_f(n)$ の値にそれほど大きな影響を与えていない。

図-2，図-3より設計再現期間がある程度以上大きくなれば，それに対して設計された構造物の $P_f(n)$ あるいは $p_f(n)$ で表わされる安全性は，余り大きな差違を示さなくなるとがわかる。したがって，この意味での安全性を向上せしめるには，設計再現期間を大きくとるよりは，いわゆる材料安全率を変化せしめる方が直接有効に作用すると言えよう。

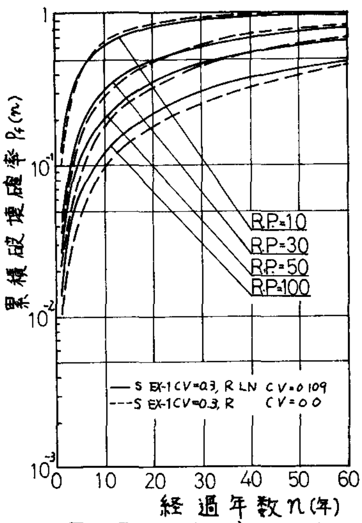

図-2 累積破壊確率の経年変化

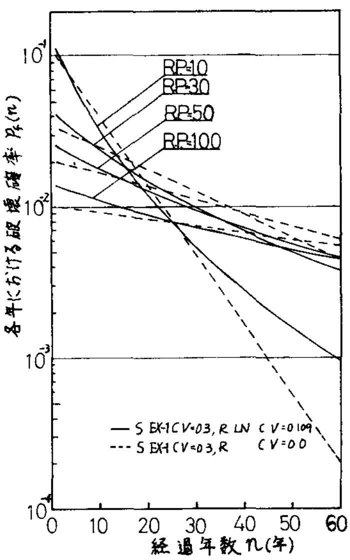

図-3 各年における破壊確率の経年変化