ランダム外力に対する非線形履歴系の安全性評価について

京都大学工学部　正員　山田善一
京都大学工学部　正員　竹宮宏和
本四公団　正員　○森邦久

1．はしがき

地震時における構造物の破壊のメカニズムの一つとして、低サイクル疲労破壊をとり挙げ、地震外力を受ける構造物の内部損傷の累積が、構造物の動的安全性に与える影響について、述べた。地震時の構造物の履歴現象、非線形性を考慮するため、解析対象として、双一次型履歴系を選び、応答解析の手法として、地盤の系と構造系を一体化し、逐時、等価線形化法、および、非定常応答解析を実行した。構造物の動的安全性を評価するために、疲労過程における構造物の劣化現象を、累積損傷として把え、既往の信頼性関数を用い、時間関数として、表示した。

2．解析の手法

双一次型履歴系の運動方程式、および、等価線形化[1]した運動方程式は、次式となる。

$\ddot{x} + 2\beta_0\omega_0\dot{x} + \omega_0^2\Phi(x) = f(t)$ ------(1)　　$\ddot{x} + 2\beta_{eq}\omega_{eq}\dot{x} + \omega_{eq}^2 x = f(t)$ -----(2)

ここに、ω_0，β_0は、微小線形振動時の非減衰固有円振動数、粘性減衰定数、$\Phi(x)$は双一次型復元力特性である。地震動として、パワースペクトル密度$S_0(t)$をもつホワイトノイズ$\ddot{z}_0$に線形1自由度系のフィルターをかけ、その絶対加速度$\ddot{x}_g$をとる。すなわち、

$\ddot{x}_0 + 2\beta_g\omega_g\dot{x}_0 + \omega_g^2 x_0 = \ddot{z}_0(t)$　　$\ddot{z}_g = \ddot{x}_0 - \ddot{z}_0(t)$ -----(3)　ここに、ω_g，β_gは、地盤の卓越円振動数、粘性減衰定数である。(2),(3)式を、無次元量$\eta = \frac{x}{\gamma}$，$\xi_0 = \frac{z_0}{\gamma}$，$\tau = \omega_0 t$を用いて、一つの式に書き改めると

$[\tilde{M}]\{\ddot{\tilde{\eta}}\} + [\tilde{C}]\{\dot{\tilde{\eta}}\} + [K]\{\tilde{\eta}\} = \{F\}\ddot{\xi}_0(\tau)$ -----(4)

ここに

$$\{\tilde{\eta}\} = \begin{Bmatrix} \eta \\ \eta_0 \end{Bmatrix} \qquad [M] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad [\tilde{C}] = \begin{bmatrix} 2\beta_{eq}\frac{\omega_{eq}}{\omega_0} & 0 \\ 0 & 2\beta_g\frac{\omega_g}{\omega_0} \end{bmatrix} \qquad [K] = \begin{bmatrix} \left(\frac{\omega_{eq}}{\omega_0}\right)^2 & 0 \\ 0 & \left(\frac{\omega_g}{\omega_0}\right)^2 \end{bmatrix} \qquad \{\tilde{F}\} = \begin{Bmatrix} -1 \\ -1 \end{Bmatrix}$$

である。ステートベクトル$\{\tilde{u}^T\} = \{\{\dot{\tilde{\eta}}\}^T\{\tilde{\eta}\}^T\}$を導入すると(4)式は、

$[A]\{\dot{\tilde{u}}\} + [B]\{\tilde{u}\} = \{P\}\ddot{\xi}_0(\tau)$ ------(5)　ここに、
$$[A] = \begin{bmatrix} [0] & [\tilde{M}] \\ [\tilde{M}] & [\tilde{C}] \end{bmatrix} \qquad [B] = \begin{bmatrix} [\tilde{M}] & [0] \\ [0] & [\tilde{K}] \end{bmatrix} \qquad \{P\} = \begin{Bmatrix} \{0\} \\ \{\tilde{F}\} \end{Bmatrix}$$

(5)式を次の形に直す。　$\{\dot{\tilde{u}}\} + [D]\{\tilde{u}\} = \{Q\}\ddot{\xi}_0(\tau)$ ------(6)　ここに、$[D] = [A]^{-1}[B]$、$\{Q\} = [A]^{-1}\{P\}$

パワースペクトルの無次元量$S_{\ddot{\xi}_0}(\tau) = \frac{1}{2}\left(\frac{N}{\gamma}\right)^2$　$\left(N = \frac{\sqrt{2S_0\omega_0}}{\omega_0^2}\right)$を導入し、$[R_{\tilde{u}}] = E[\{\tilde{u}\}\{\tilde{u}\}^T]$を用いて、(6)式を表わすと、$\frac{d}{d\tau}[R_{\tilde{u}}] + [D][R_{\tilde{u}}] + [R_{\tilde{u}}][D]^T = 2\pi S_{\ddot{\xi}_0}(\tau)[\{Q\}\{Q\}^T]$ -------(7)　(7)式を解くため、(6)式に対する複素固有モードマトリックス$[\Phi]$、複素固有値λ_iを導入すると、

$\frac{d}{d\tau}[R_r] + [\lambda][R_r] + [R_r][\lambda] = [G(\tau)]$ ------(8)　ここに、$[R_r] = [\Phi]^{-1}[R_{\tilde{u}}][\Phi]^{-1T}$，$[G(\tau)] = 2\pi S_{\ddot{\xi}_0}(\tau)[\Phi]^{-1}[\{Q\}\{Q\}^T]([\Phi]^{-1})^T$

時間区間$\tau_i \leq \tau \leq \tau_i + \Delta\tau_i$で、$[G(\tau_i)]$＝一定値とみなすと、(8)式の解は次式となる。

$$[R_r]_{\ell m}\Big|_{\tau=\tau_i+\Delta\tau} = \left[\frac{1}{\lambda_\ell + \lambda_m}\left\{[G(\tau_i)] - [e^{-\lambda_j\Delta\tau_i}][G(\tau_i)][e^{-\lambda_j\Delta\tau_i}]\right\}_{\ell m}\right] + [e^{-\lambda_j\Delta\tau_i}][R_r]_{\tau=\tau_i}[e^{-\lambda_j\Delta\tau_i}] \quad \text{-----(10)}$$

ここに、$[R_r]$は初期条件を表わし、$[R_r]_{\tau=\tau_i} = [\Phi]^{-1}_{\tau=\tau_i}[R_{\tilde{u}}]_{\tau=\tau_i}\{[\Phi]^T\}^{-1}$である。

動的耐震安全性を評価するために、低サイクル疲労に対する破壊基準として、靭性率の

振幅$\bar{\eta}$，準静的終局靭性率η_F、$\bar{\eta}$に対する破壊繰り返し数をNとして　次式を採用する。[2)]　$4\left(\frac{\bar{\eta}}{\eta_F}\right)^a=\frac{1}{N}$ ------(11)

Palmgren-Minerの仮説を適用すると、損傷度$E[D(\tau)]$は、

$$E[D(\tau)]=\int_0^\tau dt\int_0^\infty 4a\frac{\bar{\eta}^{a-1}}{\eta_F^a}E[N^+(\bar{\eta},t)]\,d\bar{\eta} \qquad \text{------(12)}$$

となる。また、信頼性関数$R(\tau)$は、

$$R(\tau)=\exp\left[-2\left\{\int_0^{\min(\tau,\tau^*)}E[N(\eta_F\{1-E[D(t)]^{\frac{1}{a}}\},t)]\,dt+\int_{\min(\tau,\tau^*)}^{\tau}E[N(0,t)]\,dt\right\}\right]$$

ここに、$E[D(\tau^*)]=1$である。

非定常過程に対して、$E[N(\eta,t)]$には、次式を用いる。[2)]

$$E[N(\eta,t)]=\frac{\lambda}{\pi}\exp\left[-\frac{\eta^2}{2K_{\eta\eta}}\right]\left[(1-\rho^2)^{\frac{1}{2}}\exp\left\{-\frac{\rho^2\eta^2}{2(1-\rho^2)K_{\eta\eta}}\right\}+\rho\eta\left(\frac{\pi}{2K_{\eta\eta}}\right)^{\frac{1}{2}}\left\{1+\mathrm{erf}\left(\frac{\rho\eta}{\{2(1-\rho^2)K_{\eta\eta}\}^{\frac{1}{2}}}\right)\right\}\right]$$

ここに、$K_{\eta\eta}$は共分散、ρは相関係数である。

3. 数値計算結果と考察

（図－3）に示す強度変化をする擬似地震外力に対する応答を（図－1），（図－2）に示した。

1)信頼性関数$R(\tau)$は、一般にある時点で、急激な低下を示すが、これは低サイクル疲労破壊に特有な性質と考えられる。疲労過程における累積損傷は、構造物の劣化を意味し、強震の継続時間の長さが、構造物の破壊に対する重要なパラメーターとなることを意味する。

2)信頼性関数の低下に注目して、外力の強度を1.3～1.5の範囲で変化させたが、信頼性関数の低下は著しい相異を示し、1地震に対して信頼性の低下量が、求められる。この低下量を、動的耐震設計に導入して、地震頻度と強度分布から、低サイクル疲労破壊に対する安全性が算定できる。（図－6）,（図－7）

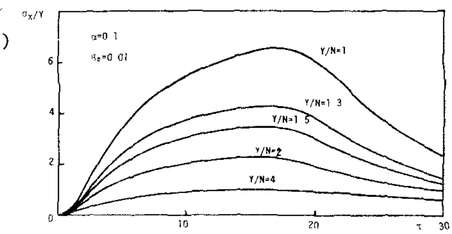
Fig. 1　r.m.s. displacement responce

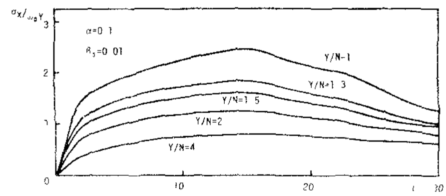
Fig.2　r.m.s. velocity responce

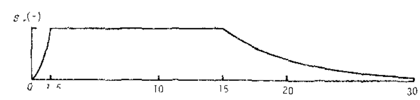
Fig.3

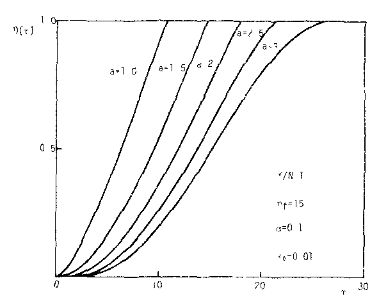
Fig.4　Cumulative Damage

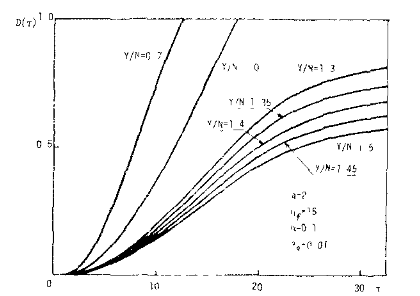
Fig.6　Cumulative Damage

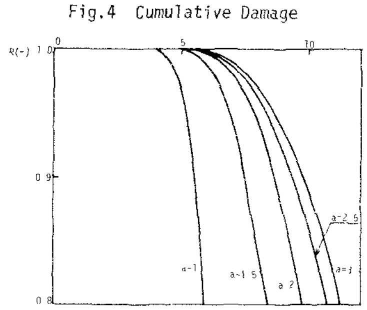
Fig.5　Reliability

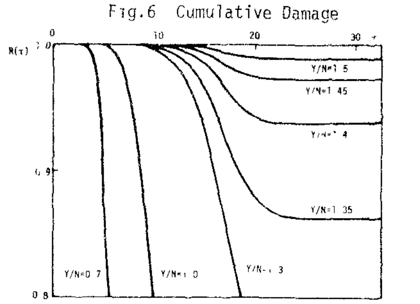
Fig.7　Reliability

参考文献 1)竹宮宏和，"不規則外力を受ける双一次履歴系の等価線形化について"，土木学会論文報告集，No 219，1973-11，pp 1-13　2)南井良一郎，"建築構造物の耐震安全性について"，京大防災研究所年報，第13号A、昭45，pp. 5-22