

薄肉ばりの安定について

京都大学工学部 正員 小西一郎
 京都大学工学部 正員 白石成人
 川崎製鉄 正員 ○寺本 正
 京都大学工学部 学生員 北園茂喜

1. まえがき

一般に薄肉ばり、特に開断面部材では、ねじれに対する剛性が低いので、不安定形状は曲げねじりになると考えられる。たとえば、軸圧縮を受ける場合、座屈荷重が Euler 座屈値と一致するのは、特別な場合、具体的には 2 軸対称断面中心圧縮力が作用した場合に限られる。従ってねじり剛性を高めるために、ブレースのような横方向結合材を用いることが多い。このような横方向結合材の存在は、等価的なねじり定数に置きかえることができるから、それらが限界荷重に及ぼす影響について述べる。

2. 薄肉ばりの安定微分方程式

ξ, η とせん断中心の x, y 方向の変位、 θ と断面の回転角とし、さらに N と軸力、 M_x, M_y とそれぞれ x 軸回り、 y 軸回りの曲げモーメントとすると、基本式はつぎのように表わされる。ただし、 (a_x, a_y) はせん断中心の座標を表わしている。またここでは、横方向分布荷重はないとしておく。

$$\left. \begin{aligned} E J_y \xi^{IV} - [N(\xi' + a_y \theta')] + (M_x \theta)'' &= 0 \\ E J_x \eta^{IV} - [N(\eta' - a_x \theta')] + (M_y \theta)'' &= 0 \\ E J_w \theta^{IV} - G J_d \theta'' - [(r^2 N + 2\beta_y M_x - 2\beta_x M_y) \theta']' - a_y (N \xi')' \\ &\quad + a_x (N \eta')' + M_x \xi'' + M_y \eta'' = 0 \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\text{ここで} \quad r^2 = \frac{J_x + J_y}{F} + a_x^2 + a_y^2, \quad \beta_x = \frac{U_y}{2J_y} - a_x, \quad \beta_y = \frac{U_x}{2J_x} - a_y$$

$$U_x = \int_F y^2 dF + \int_F x^2 y dF, \quad U_y = \int_F x^2 dF + \int_F y^2 x dF$$

3. 数値計算例

ここでは Fig.1 に示すようなチャンネル形断面を考える。断面諸量、および弾性定数はつぎのとおりである。

$$\begin{aligned} F &= 70 \text{ cm}^2, \quad J_x = 3048 \text{ cm}^4, \quad J_y = 11250 \text{ cm}^4, \quad J_w = 48 \times 10^4 \text{ cm}^6 \\ J_d &= 23.3 \text{ cm}^4, \quad a_x = \beta_x = 0, \quad a_y = -13.7 \text{ cm}, \quad \beta_y = 20.3 \text{ cm} \\ E &= 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2, \quad G = 0.81 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

ここで、端部は単純支持であるとすると、部材長 l を用いて

$$\xi = A \sin \frac{\pi z}{l}, \quad \eta = B \sin \frac{\pi z}{l}, \quad \theta = C \sin \frac{\pi z}{l} \quad \dots (2)$$

で表わすことができる。ここでは例として軸圧縮力が作用する場合を考える。従って圧縮力 P とすると、

$$N = -P, \quad M_x = -P e_y, \quad M_y = P e_x \quad \dots (3)$$

となる。ただし (e_x, e_y) は圧縮力の作用点の座標である。これらと (1) 式に代入し、 $A, B,$

Cの係数行列式を0とおくことにより、Pの限界力を決定することができる。ブレースなど横方向結合材を持たない場合の、部材長と偏心量、および限界荷重の関係はFig.2に示すとおりである。特にここでは、y軸上での偏心と考えている。図より $y > 0$ の部分での偏心は、限界荷重の低下に大きな影響のあることがわかる。またこれらの限界荷重は、いずれも Euler 座屈値よりも小さい。つきにブレースなどの横方向結合材のある場合には、母材と考えるチャンネル部材のねじり定数 J_d に、等価的なねじり定数 $\bar{J}_d$ を加えたものと、新たに J_d において計算を進めれば良い。部材長を横軸 L 、限界荷重を縦軸 P とし、 J_d をパラメータとして Fig.3 に結果を示す。図より明らかなように、 J_d が大きくなるにつれて、限界中央圧縮力は、Euler 座屈値に近づくことがわかる。また Fig.4 は Fig.2 と同様、y 軸上での偏心と限界荷重との関係と類似したものである。図より、 $y < 0$ の部分では、 J_d が大きくなると、Euler 座屈値に一致する。しかしながら、 J_d が小さいと、限界荷重は急激に低下するばかりでなく、常に Euler 座屈値よりも小さい値しかとれなくなる。

4. あとがき

以上より、ブレースなどの横方向結合材を持つ薄肉ばりは、座屈に対してかなり安定になると考えられる。また、軸圧縮力以外の荷重に対しても、同様の結果と得ることができ、それらはいずれも、はりの挙動が関断面部材に近づくことを示している。なお、詳細は当日発表の予定である。

参考文献：V.Z.ウラソフ、薄肉弾性ばりの理論、奥村他訳 技報堂

