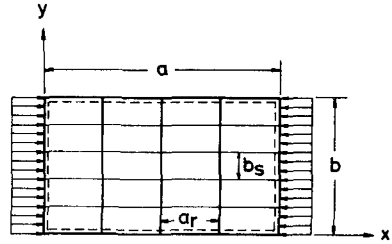
補剛板の非弾性圧縮座屈

関西大学工学部　正会員　三上市蔵
関西大学工学部　正会員　堂垣正博
日本技術開発　正会員　○渡辺重雄
関西大学工学部　正会員　米沢　博

まえがき　縦方向補剛材のみを有する補剛板が一方向圧縮力を受ける場合の弾性および非弾性座屈に関する研究は数多くなされている。また，縦横両方向に補剛された板の圧縮座屈も解析されているが，弾性座屈のみが取り扱われているようである。ここでは縦横両方向の補剛材を有する補剛板の非弾性圧縮座屈を理論的に解析し，その結果をもとにして近似の座屈荷重算定式を誘導した。

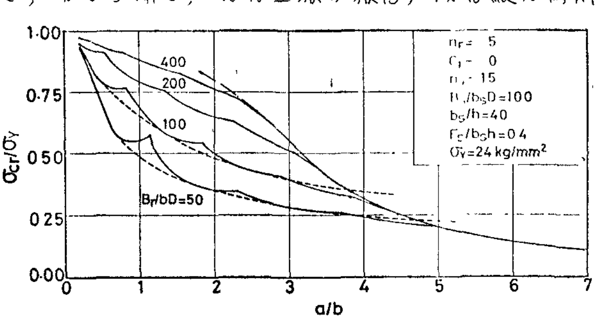
微分方程式とその解　図－1に示すように四辺が単純支持された長さa，幅bの補剛板が一方向圧縮力を受ける場合を考える。補剛板には同一断面の縦方向補剛材が等間隔にn_s本配置されており，横方向補剛材も同一断面のものがn_r本等間隔に配置されているものとする。解析にあたっては，横方向補剛材間において縦方向補剛材と主板とを一体とみなし，



図－1

(n_r+1)枚の直交異方性板が連続し，接合部で横方向補剛材によって支持されているものと考える。縦方向補剛材間の主板の局部座屈および縦方向補剛材の局部座屈は生じないものとすると，この連続板の座屈荷重は文献1)の手法を応用して求めることができる。

数値計算　直交異方性板のx，y方向の曲げ剛さを$D_x=D+B_s/b_s$，$D_y=D$とし，縦方向補剛材のねじり剛さを無視する。ただし，Dは主板のみの曲げ剛さ，B_sは縦方向補剛材1本当りの曲げ剛さ，b_sは縦方向補剛材間隔である。比例限応力と降伏応力の比σ_P/σ_Yは残留応力の影響を考慮して0.5とする。数値計算結果の一例を図－2に示す。ここにσ_{cr}は座屈応力，B_r，C_rは横方向補剛材の曲げ剛さ，ねじり剛さ，hは主板の板厚，F_sは縦方向補剛材1本当りの断面積である。図－2から分るように座屈荷重曲線は一般に(n_r+1)個の部分から成立っており，それらは縦方向座屈モードの半波長数に対応している。縦横比($\alpha=a/b$)の増加に伴って半波長数は$1, 2, \cdots n_r$と変化する。この範囲ではB_rが増加すると座屈荷重は増大する。さらにa/bが増すと半波長数が(n_r+1)になり，すべての横



図－2

1) 堂垣・三上・米沢・変厚補剛板の非弾性圧縮座屈，土木学会第28回学術講演会概要集，第1部，I－59，昭48－10.

方向補剛材のところで節になるような座屈モードになり，B_rには無関係となる。

<u>近似式</u>　半波長数が$1 \sim n_r$の範囲では，縦横両方向の補剛材と主板とを一体とみなした直交異方性板としての座屈が生じているものと考えられるので，近似座屈荷重（図－２の破線）は次式で計算できる。

$$\alpha \leqq \sqrt[4]{\frac{\tau D_x}{D_y}} \text{ の場合 : } \sigma_{cr} h = \frac{\pi^2 \sqrt{\tau D_x D_y}}{b^2(1+\delta_s)} \left[\sqrt{\frac{\tau D_x}{D_y}} \left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 + \frac{D}{\sqrt{D_x D_y}} + \sqrt{\frac{D_y}{\tau D_x}}\, \alpha^2 \right] \cdots\cdots (1)$$

$$\alpha \geqq \sqrt[4]{\frac{\tau D_x}{D_y}} \text{ の場合 : } \sigma_{cr} h = \frac{2\pi^2 \sqrt{\tau D_x D_y}}{b^2(1+\delta_s)} \left[1 + \frac{D}{\sqrt{D_x D_y}} \right] \cdots\cdots (2)$$

ただし，$\delta_s = F_s / b_s h$，$D_y = D + (n_r+1) B_r / a$，$\sigma_{cr} \geqq \sigma_p$のとき$\tau = (\sigma_Y - \sigma_{cr})\sigma_{cr} / (\sigma_Y - \sigma_p)\sigma_p$，$\sigma_{cr} \leqq \sigma_p$のとき$\tau = 1$である。半波長数が$(n_r+1)$の範囲では，横方向補剛材間での部分座屈が生じているものと考えられるので近似座屈荷重（図－２の一点鎖線）は次式で計算できる。

$$\alpha \leqq (n_r+1) \sqrt[4]{\frac{\tau D_x}{D}} \text{ の場合 } \quad \sigma_{cr} h = \frac{\pi^2 \sqrt{\tau D_x D}}{b^2(1+\delta_s)} \left[\sqrt{\frac{\tau D_x}{D}} \left(\frac{n_r+1}{\alpha}\right)^2 + \sqrt{\frac{D}{D_x}} + \sqrt{\frac{D}{\tau D_x}} \left(\frac{\alpha}{n_r+1}\right)^2 \right] \quad (3)$$

$$\alpha \geqq (n_r+1) \sqrt[4]{\frac{\tau D_x}{D}} \text{ の場合 } \quad \sigma_{cr} h = \frac{2\pi^2 \sqrt{\tau D_x D}}{b^2(1+\delta_s)} \left[1 + \sqrt{\frac{D}{D_x}} \right] \cdots\cdots (4)$$

図－２からも分るように近似式(1)～(4)から得られる座屈荷重曲線は数値計算から得られる座屈荷重曲線にほとんど一致している。

<u>実用式</u>　近似式(1)～(4)は低減係数τを含んでおり，座屈荷重の算定には繰返し計算が必要となる。そこで弾性座屈（$\tau = 1$）に対する式(1)～(4)をもとにつぎのパラメータを考える。

$$\alpha \leqq \alpha_0 \text{ の場合 } \quad \lambda = R\sqrt{\alpha^2 / [\gamma_s + (n_r+1)\gamma_r/\alpha + (1+\alpha^2)^2]} \cdots\cdots (5)$$

$$\alpha \geqq \alpha_0 \text{ の場合 } \quad \lambda = R\sqrt{1/\{2[\sqrt{(1+\gamma_s)(1+\gamma_r/\alpha_r)}+1]\}} \cdots\cdots (6)$$

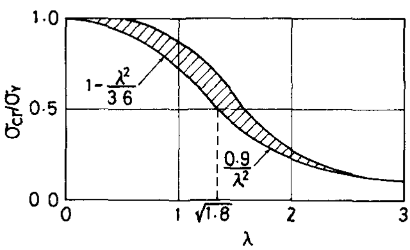
$$\alpha_r \leqq \alpha_{or} \text{ の場合 } \quad \lambda = R\sqrt{\alpha_r^2 / [\gamma_s + (\alpha_r^2+1)^2]} \cdots\cdots (7)$$

$$\alpha_r \geqq \alpha_{or} \text{ の場合 } \quad \lambda = R\sqrt{1/[2(\sqrt{1+\gamma_s}+1)]} \cdots\cdots (8)$$

ただし，$\alpha_r = \alpha/(n_r+1) = a_r/b$，$\alpha_0 = \sqrt[4]{(1+\gamma_s)(1+\gamma_r/\alpha_r)}$，$\alpha_{or} = \sqrt[4]{1+\gamma_s}$，$R = (n_s+1)\beta_s\sqrt{[12(1-\nu^2)/\pi^2]\cdot(\sigma_Y/E)\cdot(1+\delta_s)}$，$\gamma_s = B_s/b_s D$，$\gamma_r = B_r/bD$，$\beta_s = b_s/h$，$E$はヤング率，$\nu$は主板のポアソン比である。縦方向座屈モードの半波長数が$1 \sim n_r$の場合には式(5)，(6)を，(n_r+1)の場合には式(7)，(8)を用いてλを計算し，その値を横軸に数値計算から得られたσ_{cr}/σ_Yの値を縦軸にとると図－３が得られ，$n_r = 1 \sim 9$，$\gamma_r = 50 \sim 400$，$n_s = 1 \sim 15$，$\gamma_s = 100 \sim 300$，$\beta_s = 20 \sim 40$，$\delta_s = 0.1 \sim 0.4$，$\sigma_Y = 24 \sim 36\ \mathrm{kg/mm^2}$の範囲に対する$\sigma_{cr}/\sigma_Y$の値はすべて図－３の斜線部に含まれる。したがって座屈荷重はつぎの式で近似的に計算できる。

$$\lambda \leqq \sqrt{1.8} \text{ の場合 } \quad \sigma_{cr}/\sigma_Y = 1 - \lambda^2/36$$

$$\lambda \geqq \sqrt{1.8} \text{ の場合 } \quad \sigma_{cr}/\sigma_Y = 0.9/\lambda^2$$



図－３

ただし，$\alpha \leqq \alpha_0$の場合，式(5)のλ，$\alpha_0 \leqq \alpha \leqq \alpha_{or}(n_r+1)$の場合，式(6)，(7)の$\lambda$のうち大きい方，$\alpha \geqq \alpha_{or}(n_r+1)$の場合，式(8)の$\lambda$を用いる。さらに簡略な方法として$\alpha_r \geqq \alpha_{or}$と$\alpha_r \leqq \alpha_{or}$に分け，式(6)～(8)を用いることもできる。