

F E Mによる補剛板の耐荷力解析

京都大学工学部 正員 山田善一
 京都大学工学部 正員 渡辺英一
 日本鋼管 正員 中村公信
 建設省 正員 〇宮田年耕

1. まえがき

本研究は補剛板の耐荷力解析を目的として F E Mによる問題の定式化を行なった。F E M要素は長方形であり、補剛材は要素辺に配置され隣り合う要素に等分割されている。

なお 板は弾性、補剛材は弾塑性を仮定した。

2. F E Mによる定式化

いま、要素内変位を u, v, w とし、これを面内節点変位 u_i, v_i 、面外節点変位 w_i 、変位関数 α_i, β_i で表わす。また 要素の境界に沿う長さ s 、ねじり回転角 θ 、ねじり剛性、断面極 2 次モーメントをそれぞれ $G J_s, I_{sp}$ とする。

i) 変位:

$$u = \alpha_k u_k \quad (1 \leq k \leq 4), \quad v = \alpha_k v_k \quad (4 \leq k \leq 8) \quad (1)$$

$$w = \beta_k w_k \quad (1 \leq k \leq 12) \quad (2)$$

ii) ひずみ:

$$\varepsilon_i = B_{i,k}^p u_k + \frac{1}{2} B_{i,k}^{BB} w_k w_k + B_{i,k}^B w_k \quad (3)$$

$$\frac{d\theta}{ds} = B_{i,k}^\theta w_k \quad (4)$$

iii) 応力 - ひずみ関係:

$$\sigma_i = D_{ij} \varepsilon_j \quad (5)$$

$$\frac{\partial \sigma_s}{\partial \varepsilon_s} = q E \quad ; \quad \frac{\partial M}{\partial \phi} = q^3 I \quad \begin{array}{l} \text{ここに } q: \text{有効断面比} \\ \phi: \text{曲率} \end{array} \quad (6)$$

iv) ひずみエネルギー:

$$U^p = \int_V \int^\varepsilon D_{ij} \varepsilon_j d\varepsilon_i dV \quad (7)$$

$$U^s = \int_V \int^\varepsilon E \varepsilon_i d\varepsilon_i dV + \frac{1}{2} \int_s \left\{ G J_s \left(\frac{d\theta}{ds} \right)^2 + \sigma_s I_{sp} \left(2 \frac{d\theta}{ds} + \frac{d\theta}{ds} \right) \frac{d\theta}{ds} \right\} ds \quad (8)$$

v) つり合い式:

$$F_i = \frac{\partial U}{\partial \delta_j} \quad (9)$$

vi) 増分式:

$$\Delta F_i = \sum_{n=1} \frac{1}{n!} \frac{\partial^n F_i}{\partial \delta_j^n} \cdot \Delta \delta_j^{n-1} = [K_j] \Delta \delta_j + [R] \quad (10)$$

3. 線形化手法

線形化手法に関しては 多くの手法が開発されているが、本研究では摂動法を用いる。

いま、 R_i, Q_i, u_j, w_j を摂動パラメーターの 2 次項までの展開で表わす。

$$\left. \begin{aligned} \Delta R_i &= \Delta \lambda R_i^0 = (\varepsilon \lambda^{(1)} + \varepsilon^2 \lambda^{(2)} + O(\varepsilon^3)) R_i^0 = R_i^{(2)} \varepsilon^2 + R_i^{(3)} \varepsilon^3 + O(\varepsilon^3) \\ \Delta Q_i &= Q_i^{(1)} \varepsilon + Q_i^{(2)} \varepsilon^2 + O(\varepsilon^3) \\ \Delta u_j &= u_j^{(1)} \varepsilon + u_j^{(2)} \varepsilon^2 + O(\varepsilon^3) \end{aligned} \right\} \quad \begin{array}{l} \text{ここに } \lambda: \text{荷重パラメーター} \\ R_i^0: \text{荷重モード} \end{array} \quad (11)$$

$$\Delta w_j = w_j^{(1)}\varepsilon + w_j^{(2)}\varepsilon^2 + O(\varepsilon^3) \quad \}$$

上式を(10)式に代入して ε の項別に整理すると次のようになる。

$$\begin{Bmatrix} P_i^{(1)} \\ Q_i^{(1)} \end{Bmatrix} = [K_{ij}] \begin{Bmatrix} u_j^{(1)} \\ w_j^{(1)} \end{Bmatrix} \quad (12)$$

$$\begin{Bmatrix} P_i^{(2)} \\ Q_i^{(2)} \end{Bmatrix} = [K_{ij}] \begin{Bmatrix} u_j^{(2)} \\ w_j^{(2)} \end{Bmatrix} \quad (13)$$

さて、荷重制御の場合、(12)式の左辺が既知であるから $[K]$ の逆行列をとれば $u_j^{(1)}$, $w_j^{(1)}$ が求まる。次に $u_j^{(1)}$, $w_j^{(1)}$ より $R^{(1)}$ が決定でき、(13)式より $u_j^{(2)}$, $w_j^{(2)}$ が求まる。摂動法は計算誤差という観点からは反復型手法に精度を譲るけれども、荷重-変位曲線を追跡する場合には能率的であり後座屈挙動の追跡には有効である⁽⁶⁾。また、剛性マトリックスの逆行列演算が1つのステップと1度だけ行えばよいので計算時間の面から非常に有利である。

4. 数値解析例

数値解析は次の条件で行なった。(1)板は長方形 (2)周辺固定支持 (3) x 方向の軸圧縮

Fig. 1 : 長方形板 荷重-応力曲線

Fig. 2 : 長方形補剛板 補剛材 $h = 15 \text{ mm}$ 荷重-応力曲線

Fig. 3 : 長方形補剛板 補剛材 $h = 19 \text{ mm}$ 荷重-応力曲線

5. あとがき

剛性は、エネルギー式、つり合い式、増分式のいずれも10種類の剛性要素で陽に表現できた。また、補剛材の取り扱いには x 方向に配置され、 y 方向に配置されているものも、まっすぐに同じ操作を行なった。数値解析結果は当はスライドで発表する。

参考文献： W.E. Haisler and J.A. Stricklin : Development and Evaluation of Solution Procedures for Geometrically Nonlinear Structural Analysis, AIAA Journal Vol.10, No.3, 1972

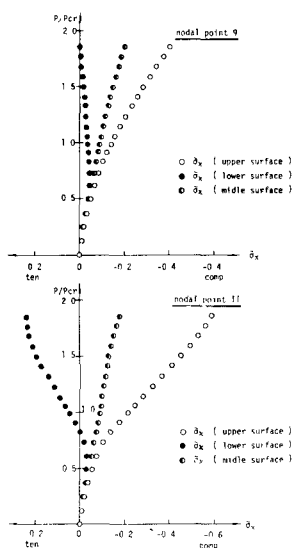


Fig. 1

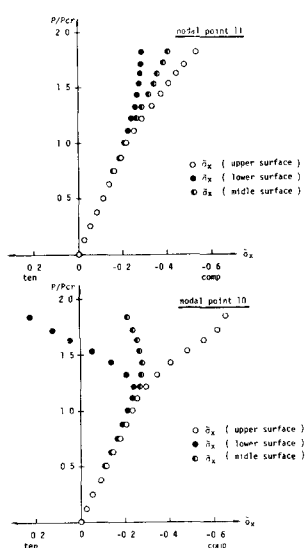


Fig. 2

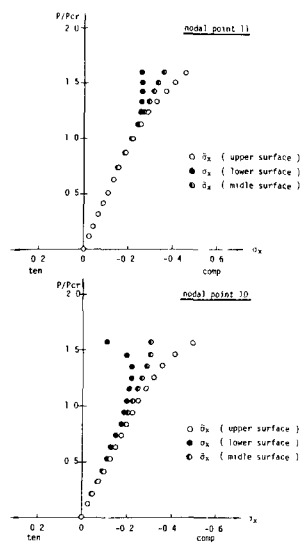


Fig. 3