

## 補剛された圧縮板の設計法について (理論解析)

川崎重工(株) 国宏 昌史  
川崎重工(株) 正 ○八部 順一

## 1. 研究目的

最近の大型鋼箱桁橋落橋事故の幾つかは、初期たわみ、残留応力等の桁製作時に導入される避け難い初期不整による圧縮板の耐荷能力の低下に起因している。補剛された圧縮板の設計を行なう際の重要な設計理念となっている補剛材最小必要剛比は、あくまでも初期不整のない完全理想板にとってのみ意味をもつものである。また、座屈後領域での強度を期待する場合にも、この最小必要剛比は補剛された板の耐荷能力を与えるための合理的な指標とはならない。

本研究は、このような製作上回避出来ない初期不整量の一つである初期たわみを考慮した場合の補剛された圧縮板の挙動及び耐荷能力を補剛材剛度との関係で解析し、補剛された圧縮板のより合理的な設計法を探るものである。

## 2. 基礎理論

ここで解析する補剛された圧縮板とは、図-1に示すように、縦方向には比較的剛度の低い多数のリブで補剛され、横方向には比較的剛度の高いリブで補剛された板である。

## 1) 境界条件

板はその周辺で単純支持されているものと仮定すれば、変位関数 $W$ に対しては次の境界条件が与えられる。

$x = 0, x = 2a$  において、

$$W = 0, \quad M_x = \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} = 0$$

$y = 0, y = b$  において、

$$W = 0, \quad M_y = \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = 0.$$

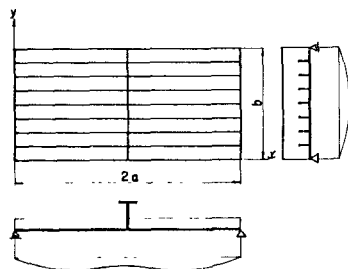


図-1

応力関数 $\Phi$ に関する境界条件としては、箱桁の圧縮フランジについて考えると以下のようになる。

$x = 0, x = 2a$  において支持部材は剛であり、荷重作用下において直線を保持するものとすれば、

$$e_x = \frac{1}{2a} \int_0^{2a} \frac{\partial u}{\partial x} dx = \frac{1}{2a} \int_0^{2a} \left[ -\frac{1}{E} \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} - \nu \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right) - \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{\partial W}{\partial x} \right)^2 - \left( \frac{\partial W_0}{\partial x} \right)^2 \right\} \right] dx = \text{一定}$$

$y = 0$ ,  $y = b$ における支持部材である腹板の剛性はゼロと見なせる。したがって

$$\sigma_{my} = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = 0$$

この他に応力関数重は、板の周辺でせん断力がゼロであるという条件より、次式を満足しなければならない。

$$\tau_m = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} = 0$$

## 2) 変位関数

変位関数としては2重フーリエ級数を選ぶ。級数項を多く取れば、板の挙動をより正確に把えることができるが、このような非線形問題においては解析がわずらわしくなる。板の変位モードとしては図-2に示されるものと考えて差し支えない。したがって、次の2項を変位関数として仮定する。

$$W = f_1 \sin \frac{\pi}{2a} x \sin \frac{\pi}{b} y + f_2 \sin \frac{3\pi}{2a} x \sin \frac{\pi}{b} y,$$

$$W_0 = f_{10} \sin \frac{\pi}{2a} x \sin \frac{\pi}{b} y + f_{20} \sin \frac{3\pi}{2a} x \sin \frac{\pi}{b} y.$$

ここに $f_1, f_2$ は未知変位パラメータ、 $f_{10}, f_{20}$ は初期たわみを与えるパラメータである。

## 3) 応力関数

ある荷重下で板内部に生じる腹応力度をエアリーの応力関数重を用いて表わすと、初期たわみを有す板の適合条件式は次式で表わされる。

$$\frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial y^4} = E \left\{ \left( \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right)^2 - \left( \frac{\partial^2 W_0}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 W_0}{\partial x^2} \frac{\partial^2 W_0}{\partial y^2} \right\}.$$

右辺に2)で仮定した変位関数を代入し、この偏微分方程式を解くことによって、次の応力関数を得る。

$$\begin{aligned} \Phi = & \frac{E}{8\alpha^2} \left[ (f_1^2 - f_{10}^2) \left( \alpha^4 \cos \frac{\pi}{a} x + \frac{1}{16} \cos \frac{2\pi}{b} y \right) + 9(f_2^2 - f_{20}^2) \left( \frac{\alpha^4}{81} \cos \frac{3\pi}{a} x + \frac{1}{16} \cos \frac{2\pi}{b} y \right) \right. \\ & - 2\alpha^4 (f_1 f_2 - f_{10} f_{20}) \left\{ \cos \frac{\pi}{a} x - \frac{1}{4} \cos \frac{2\pi}{a} x - \frac{4}{(4\alpha^2 + 1)^2} \cos \frac{\pi}{a} x \cos \frac{2\pi}{b} y + \frac{1}{(4\alpha^2 + 4)^2} \right. \\ & \left. \left. \cos \frac{2\pi}{a} x \cos \frac{2\pi}{b} y \right\} \right] - \frac{P_x}{2} x^2 - \frac{P_y}{2} y^2 + \tau xy \end{aligned}$$

## 4) 変位パラメータの決定

レイレイ・リッツのエネルギー法を用いて、変位パラメータ $f_1, f_2$ を決定する。

この方法は板の総ポテンシャル・エネルギー最小の原理を利用したものである。

板の総ポテンシャル・エネルギーを $E$ とすれば、

$$E = V + T$$

と表わせる。ここに、 $V$ は内部ポテンシャル・エネルギー、 $T$ は外部ポテンシャル・

エネルギーである。各成分を列挙すれば次の通りである。 $V^p$ : 板の内部ポテンシャル・エネルギー、 $V^s$ : 縦リブの内部ポテンシャル・エネルギー、 $V^r$ : 横リブの内部ポテンシャル・エネルギー、 $T^p$ : 板の外部ポテンシャル・エネルギー、 $T^s$ : 縦リブの外部ポテンシャル・エネルギー、 $T^r$ : 横リブの外部ポテンシャル・エネルギー。これらの各エネルギー成分を、変位関数  $W$ 、エアリーの応力関数  $\Phi$  を用いて表わせれば次の通りである。

$$\begin{aligned}
 V^p &= \frac{D}{2} \int_0^{2a} \int_0^b \left\{ \left[ \frac{\partial^2(W-W_0)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2(W-W_0)}{\partial y^2} \right]^2 - 2(1-\nu) \left\{ \frac{\partial^2(W-W_0)}{\partial x^2} \frac{\partial^2(W-W_0)}{\partial y^2} - \left( \frac{\partial^2(W-W_0)}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} \right\} dx dy \\
 &\quad + \frac{t}{2E} \int_0^{2a} \int_0^b \left\{ \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right)^2 - 2(1+\nu) \left\{ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} - \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \right)^2 \right\} \right\} dx dy \\
 V^s &= \sum_i \frac{E I_s}{2} \int_0^{2a} \left[ \left\{ \frac{\partial^2(W-W_0)}{\partial x^2} \right\}_{y=\eta_{ib}} \right]^2 dx + \sum_i \frac{A_s}{2E} \int_0^{2a} \left[ \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right)_{y=\eta_{ib}} \right]^2 dx \\
 V^r &= \frac{E I_r}{2} \int_0^b \left[ \left\{ \frac{\partial^2(W-W_0)}{\partial y^2} \right\}_{x=a} \right]^2 dy + \frac{A_r}{2E} \int_0^b \left[ \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right)_{x=a} \right]^2 dy \\
 T^p &= \frac{t}{2} \int_0^{2a} \int_0^b \left\{ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \left\{ \left( \frac{\partial W}{\partial x} \right)^2 - \left( \frac{\partial W_0}{\partial x} \right)^2 \right\} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \left\{ \left( \frac{\partial W}{\partial y} \right)^2 - \left( \frac{\partial W_0}{\partial y} \right)^2 \right\} - 2 \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \left\{ \frac{\partial W}{\partial x} \frac{\partial W}{\partial y} - \frac{\partial W_0}{\partial x} \frac{\partial W_0}{\partial y} \right\} \right\} dx dy \\
 &\quad - \frac{t}{E} \int_0^{2a} \int_0^b \left\{ \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right)^2 + 2(1+\nu) \left\{ \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right\} \right\} dx dy \\
 T^s &= \sum_i \frac{A_s}{2} \int_0^{2a} \left[ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \left\{ \left( \frac{\partial W}{\partial x} \right)^2 - \left( \frac{\partial W_0}{\partial x} \right)^2 \right\}_{y=\eta_{ib}} \right] dx - \sum_i \frac{A_s}{E} \int_0^{2a} \left[ \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} \right)_{y=\eta_{ib}} \right]^2 dx \\
 T^r &= \frac{A_r}{2} \int_0^b \left[ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \left\{ \left( \frac{\partial W}{\partial y} \right)^2 - \left( \frac{\partial W_0}{\partial y} \right)^2 \right\}_{x=a} \right] dy - \frac{A_r}{E} \int_0^b \left[ \left( \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} \right)_{x=a} \right]^2 dy
 \end{aligned}$$

ここに、 $D = \frac{Et^3}{12(1-\nu^2)}$  は板の曲げ剛度、 $E I_s$ 、 $E I_r$  は補剛材の曲げ剛度である。 $t$  は板の板厚、 $A_s$ 、 $A_r$  は補剛材の断面積である。

与えられた境界条件のもとで板と補剛材の総ポテンシャル・エネルギーを計算し、ポテンシャル・エネルギー最小の条件式より、次の2元連立3次代数方程式を得る。

$$\frac{\partial E}{\partial f_1} = 0, \quad \frac{\partial E}{\partial f_2} = 0$$

数値計算は2元ニュートン法を用いて行なう。

##### 5) 耐荷力判定条件

この理論解析は弾性理論に基づいているため、次の2種類の耐荷力判定条件A、Bを設定する。

- A. 板に発生する膜応力の最大値が鋼材の降伏応力に達した時に補剛された板に作用している等分布荷重  $P_x$  の値を耐荷力とする。
- B. 補剛材に発生する合成応力の最大値（フォン、ミーゼスの相等応力）が鋼材の降伏応力に達した時に補剛された板に作用している等分布荷重  $P_x$  の値を耐荷力とする

### 3. 数値計算結果と考察

#### 1) モデルの設定

図-3に示す補剛された圧縮板について、耐荷力を求める。

#### 2) 補剛材剛度

計算に用いる補剛材は、その剛度と道路橋示方書によって与えられる最小必要剛度との比が、それぞれ  $m=1.0$ ,  $m=2.0$ ,  $m=3.0$  のものである。

#### 3) 初期たわみ

初期たわみは図-2に示すように、補剛材配置面とは反対側の面にあるものとする。なお、大型箱桁橋の下フランジ初期たわみ計測を行なったところ、当初仮定した初期たわみモードに類似した結果を得た。

#### 4) 数値計算結果

計算結果の一例を図-4、図-5に示す。材質はSS41とする。ただし、図中破線で示している曲線は補剛材にSM50材を用いた場合の耐荷力曲線である。

現在、幾つかのパラメータについて計算を続行中であるが、これまでの結論として以下のことが言える。

耐荷力条件AとBとを同一レベルで論じるには若干の問題が残されているが、補剛された板の耐荷力は、主に補剛材の降伏による耐荷力条件Bによって決定されていることがわかる。これは、補剛された板が初期たわみを有す場合、補剛材には軸応力に加えて曲げ応力の負担が大きいためである。補剛材の応力負担を軽減するためには、製作精度を高め、初期たわみを低く押えるのが最も有効な手段であるが、いたずらに製作精度を高めるのも製作費が高み、不経済なものとなる。構造上の改良案としては一i)剛性の高い補剛材を用いることによってたわみを小さく押える。ii)補剛材にはフランジよりも高材質の鋼材を用いて、曲げによる応力増加を吸収する。一の2案が考えられる。

今後、多方面からの検討を加え具体的な設計資料を作成する予定である。

#### [参考文献]

R. Maquoi et Ch. Massonnet: "Théorie non linéaire de la résistance postcritique des grades poutres en caisson raidies". Mémoires de l'A.I.P.C. Vol. 31-II. 1971.

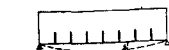


図-2

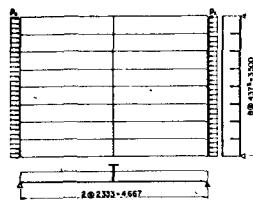


図-3

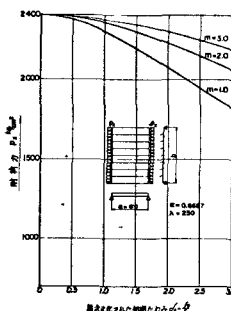


図-4(a) 耐荷力条件Aによる補剛された圧縮板の耐荷力曲線

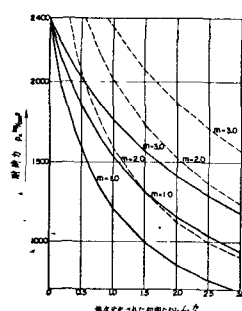


図-4(b) 耐荷力条件Bによる補剛された圧縮板の耐荷力曲線

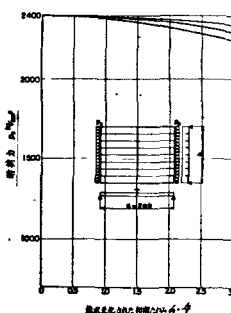


図-5(a) 耐荷力条件Aによる補剛された圧縮板の耐荷力曲線

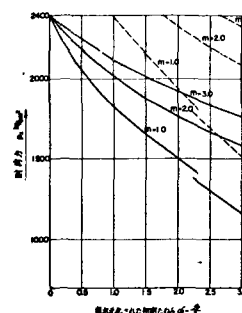


図-5(b) 耐荷力条件Bによる補剛された圧縮板の耐荷力曲線