

乱流応答に関する空力増幅関数に対する基礎的評価

京都大学 正員 小西一郎 京都大学大学院 学生員 岡南博夫
 京都大学 正員 白石成人 京都大学大学院 学生員 岸本章士
 京都大学 正員 松本 勝

1. まえがき

自然風に含まれる風速の乱れによって生ずる橋梁断面の不規則(ガスト)応答は、その耐風設計上、終局耐力に関連するガスト応答係数の決定、構造物の疲労、あるいは機能性等に関する問題の評価を行なう上で重要な課題となっている。ガストに起因する過渡応答の問題は、古くから空力弾性学の分野において翼を対象とした研究が数多く行なわれている。そこで、本研究においては、空力弾性学の分野における研究の結果を参考として、橋梁断面に作用する変動風速(鉛直成分)とそれによって生ずる変動空気力(揚力)とを関連づける空力伝達関数あるいは空力増幅関数に基礎的な評価を加え、ガスト応答をアナログシミュレーションによって検討する方法を示すものである。また風洞を使用した部分模型の実験結果とそれに対するアナログシミュレーション法より得られた結果とを示す。

2. 空力増幅関数

変動風速に対する橋梁断面の応答としては主として、主流方向およびそれに直角方向の振動、およびねじれ振動が現われる。本研究では、平板状構造断面を有する長大橋梁を対象とする場合には、実橋での観測あるいは本四架橋に関連して製作された耐風実験橋での観測結果、および文献(1)より判断して、ガスト応答としては、たわみ振動が支配的であろうとの立場から、変動風速の鉛直成分とそれに対するたわみ振動を扱うことにする。

構造断面に平均風速 U と変動風として鉛直成分 $w(t)$ のみが作用する場合に、変動揚力 $f(t)$ が次式で表わされる時、 $A_d(k)$ を動的揚力関数と呼ぶものとする。

$$f(\tau) = 2\pi \rho b U^2 w(\tau) A_d(k) \quad \text{----- (1)}$$

但し、 ρ : 空気密度、 b : Deck半弦長、 τ : 無次元時間($U\tau/b$)、 k : 換算振動数($b\omega/U$)、 ω : 円振動数。この場合に、空力増幅関数 $|X_A(\omega)|^2$ は、振動系の周波数応答関数 $H(\omega)$ 、変動風速、変動揚力およびたわみ応答のパワースペクトル密度をそれぞれ $S_w(\omega)$ 、 $S_f(\omega)$ 、 $S_z(\omega)$ として、

$$|X_A(\omega)|^2 = |A_d(\omega)|^2 = (1/2\pi \rho b U^2) (S_f(\omega)/S_w(\omega)) = (1/2\pi \rho b U^2) (1/H(\omega)^2) (S_z(\omega)/S_w(\omega)) \quad \text{----- (2)}$$

となる。実験的に $|X_A(\omega)|^2$ あるいは $A_d(\omega)$ を求める方法としては、式(2)より $S_z(\omega)$ 、 $S_w(\omega)$ および空力減衰を考慮した $H(\omega)$ を求めることによって得られる。さて、ここで $A_d(k)$ を決定するのであるが、近似式として、 S_{gust} 関数の絶対値 $|\Phi(k)|$ と静的空気力係数の勾配 $dC_f/d\alpha$ より、 $\{dC_f/d\alpha\}|\Phi(k)|/2\pi$ と表わしてガスト過渡応答の数値計算を行なった結果が文献(2)に述べられている。ここでは、アナログシミュレーションによって問題を解く為に、準定常空気力理論において動的効果を考え、次式を採用する。

$$A_d(k) \equiv \{Q(k) C(k) \cdot (dC_f/d\alpha)\}/2\pi \quad \text{----- (3)}$$

但し、 $Q(k)$ は周期的変動流における乱れの空間分布特性を表わす関数で、 $Q(k) = i(e^{ik} - 1)/k$ 、 $i = \sqrt{-1}$ 、 $C(k)$ はTheodorsen関数とする。

3. アナログ シミュレーション

式(1)において $v(t)$ を入力、 $f(t)$ を出力と考えると、伝達関数はラプラス変換によって、

$$\mathcal{L}\{f(t)\} / \mathcal{L}\{v(t)\} = 2\pi p b U A_d(-is) \quad \text{----- (4)}$$

となる。上式で $\mathcal{L}\{\}$ は $\{\}$ のラプラス変換を表わし、 $is = s$ と置く。式(4)に式(3)を代入してさらに $C(-is)$ を R. T. Jones の近似式で表わすと、伝達関数は次式のようになる。

$$\frac{\mathcal{L}\{f(t)\}}{\mathcal{L}\{v(t)\}} \approx p b U \frac{dC_F}{d\alpha} \cdot \frac{1}{s} (1 - e^{-s}) \left(1 - \frac{0.165}{1 + 0.0455/s} - \frac{0.335}{1 + 0.3/s} \right) \quad \text{----- (5)}$$

式(5)をアナログ計算機の演算器で作るために $C(-is)$ を次のように変形する

$$C(-is) \approx \{(1 + sT_1)(1 + sT_2)\} / \{(1 + sT_3)(1 + sT_4)\} \quad \text{----- (6)}$$

上式で、 $T_1 = 18.60$, $T_2 = 21.98$, $T_3 = 1.989$, $T_4 = 3.333$ 。 $Q(-is)$ は e^{-s} の項を含むが、これはアナログ計算機の時間遅れ要素に相当するものである。計算機の種類によつては、時間遅れ要素の装置が組込まれているものもあるが、我々の使用した日立 ALS-200X には、その装置が無いという理由で以下に述べる近似式を利用して、演算器によって作る方法を用いた。 e^{-s} をべき級数で表示する方法もあるが、これはアナログ計算機には不適当な演算となることより、次のような Padé の展開といわれている近似式を採用した。

$$P_{22} = (12 - 6s + s^2) / (12 + 6s + s^2) \quad \text{----- (7)}$$

この近似式はべき級数に展開して第5項まで一致している。なお、この近似式には適応範囲があって、 e^{-s} なる伝達関数の入力波の円振動数(換算振動数) R が、 $0 < R < 2$ を満たすようなものでなければならない。我々の行った実験に対するシミュレーションにおいては、ほぼこの条件は満足されているものと考えられる。さらにこの適応範囲を広げる必要のある場合は、例えば、Stubbs Single の展開等があるが、演算器の個数が多くなる欠点が生ずる。従つて、 $Q(-is)$ としくは式(7)を利用して次のように表わすものとする。

$$Q(-is) = (1 - e^{-s}) / s \approx 12 / (s^2 + 6s + 12) \quad \text{----- (8)}$$

式(6)、式(8)を式(5)に代入して、最終的な伝達関数は次式のように表わされる。

$$\frac{\mathcal{L}\{f(t)\}}{\mathcal{L}\{v(t)\}} \approx 12 p b U \frac{dC_F}{d\alpha} \cdot \frac{1}{s^2 + 6s + 12} \cdot \frac{1 + sT_1}{1 + sT_2} \cdot \frac{1 + sT_3}{1 + sT_4} \quad \text{----- (9)}$$

式(9)で表わされる伝達関数に対するブロック線図を Fig. 1 に示した。従つて、変動風速の鉛直成分 $v(t)$ が前述の伝達関数を持つ素子に入

力されて、出力として変動揚力が生ずるのである。そして、この変動揚力が、いま考えている、空力減衰を考慮した減衰を有するにわかれ自由度系、線型定数係数微分方程式における強制系、項として入力される。Fig. 1 の下側にこのブロック線図をも示した。なお我々の使用したアナログ計算機では積分器と加算機とは位置は変わらず、係数器が符号が正負両方が取り出せるようになっていた。

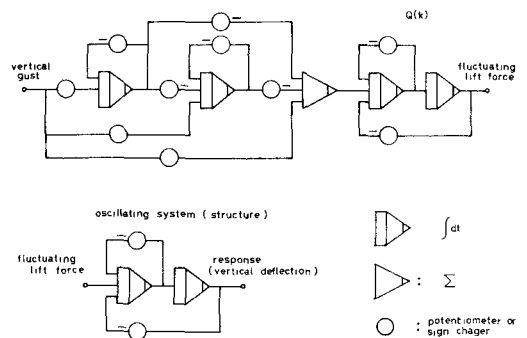


Fig 1 Block Diagram

4. 実験結果と計算結果およびその考察

単位スパン当り質量 0.4509 kg/m^2 , 初期減衰比 0.002876 , $\omega_0 = 11.78 \text{ rad/sec}$, $b = 0.1675 \text{ m}$, $dC_F/d\alpha = 3.325$, $U = 5.00 \text{ m/sec}$, 空力減衰を考慮した減衰比 0.02499 , そしてトラス形式の断面を有する部分模型に対する実験結果と計算結果とを示す, なお風洞実験において変動風は、模型上流側に設置した加振翼によって発生させた(単一波、組合せ波、ランダム波の発生が可能)。Fig 2 に、式(2)を用いて求めた $A_d(k)$ に対する実験結果をプロットし、式(3)で表わされる $A_d(k)$ のアナログ計算より得られた結果を太い実線で示した。そして破線で Sears 関数の絶対値の絶対値を示し細い実線で $\{1/\phi(k)\} \{dC_F/d\alpha\} / 2\pi$ を示した。この図より、式(3)で表わした $A_d(k)$ は、換算振動数が 0 に近い領域では誤差が増大するようであるが、その通常の範囲では実験結果とよく一致しているものと思われる。Fig 3 には ステップ状入力に対する揚力の応答の計算結果を太い実線で示した。一点鎖線は Küssner 関数、破線で示したものが Wagner 関数である。この図からも、ここで使用した伝達関数の性質上、 U/b の大きい領域では誤差が大きくなっていくものと推定される。また $\phi(k)$ に含まれている ϕ^2 に対して式(4)を採用したが、この P_2 はステップ状入力に対する応答特性があまりよくない為今後改良することが望まれる。Fig 4 は、ランダムガストに対する実験結果とタイムスケールングを適当に行なうと求められたアナログ計算結果である。この図より両者は、振幅および波形ともよく一致しているものと思われるが、位相については良い結果が得られていない。このことは、式(3)で与えた近似式が位相をも含めた近似式でないことに原因するものであるが、今後実験的データを数多く集めることによりさらに精度の良い $A_d(k)$ の近似式を得ることが望まれる。以上ここで述べた方法は、平均流方向の変動の影響およびねじれ振動を含めといえないこと等の問題は残されているが、ガスト応答を推定する上で、観測データをそのまま入力でき取扱いが簡単である。従って ガスト応答のピーク分布等に対する考察を比較的簡単に行なえるものと考えられる。今後、ここで述べた方法に改良を加えると共に、ガスト応答に関するピーク分布等に対する研究を進める積りである。

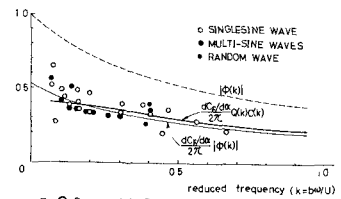


Fig 2 Dynamic Lift Function

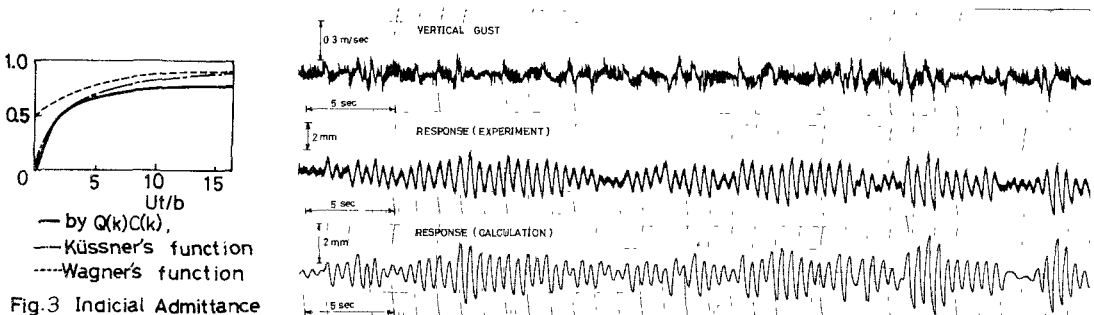


Fig 4

参考文献: (1) 京都府, 岡南: 変動風による橋脚の応答に関する基礎的研究, 工学会第27回年次学術講演集, 第1部, 1972

(2) 小西, 白木, 松本: 構造物の不規則応答に関する考察, 構造物の耐風性に関する第3回シンポジウム論文集, 1974