

非線形空気力を受ける構造物の空力弾性振動について

川崎重工業(株) 正員 小川一志

1 まえがき

一般に吊橋断面のように空力的に複雑な形状をした構造物は、風速および振幅によって空力特性が変化するという複雑な応答を示すため、このような構造物の空力弾性振動を、合理的に解析するには、風速だけでなく振幅の非線形な影響に配慮した非線形動的空気力を考慮する必要がある。その際、問題となってくるのは、非線形動的空気力係数をいかに精度よく、また容易に実験的に検出するかということであるが、ここでは、強制振動法によらないで、自由振動法により求める方法を提示する。

2. 非線形動的空気力係数の表示

気流中における2次元剛体のたわみ、ねじれ2自由度の連成振動方程式は次式で表わされる。

$$\ddot{h} + 2\zeta_h \omega_h \dot{h} + \omega_h^2 \bar{h} = \frac{\omega^2}{\mu} [(L_{hR} + iL_{hI}) \bar{h} + (L_{\alpha R} + iL_{\alpha I}) \alpha] \quad (1)$$

$$\ddot{\alpha} + 2\zeta_\alpha \omega_\alpha \dot{\alpha} + \omega_\alpha^2 \alpha = -\frac{\omega^2}{D} [(M_{hR} + iM_{hI}) \bar{h} + (M_{\alpha R} + iM_{\alpha I}) \alpha] \quad (2)$$

ただし

$$\begin{aligned} h; \text{たわみ変位} & \quad \alpha; \text{ねじれ変位} & \quad \omega; \text{連成円振動数} \\ \mu = m/\pi \rho b^2 & \quad D = I_\alpha/\pi \rho b^4 & \quad \bar{h} = h/b \end{aligned}$$

$L_{hR}, L_{hI}, L_{\alpha R}, L_{\alpha I}$; 動的揚力係数 (非線形動的空気力係数)

$M_{hR}, M_{hI}, M_{\alpha R}, M_{\alpha I}$; 動的モーメント係数 (非線形動的空気力係数)

ここで、非線形動的空気力係数を、換算風速 $\bar{V} (= 2\pi V/b\omega)$ と振幅 $\bar{h}_0$ または α_0 、さらに風の吹き上げ角 β の非線形関数として考慮するため、次式のように、多項近似で表示する。

$$\left. \begin{aligned} L_{hR} &= \sum_j \sum_l \sum_m a_{Rjlm} \beta^{m-1} \bar{V}^{l-1} \bar{h}_0^{j-1}, & L_{hI} &= \sum_j \sum_l \sum_m a_{Ijlm} \beta^{m-1} \bar{V}^{l-1} \bar{h}_0^{j-1} \\ L_{\alpha R} &= \sum_j \sum_l \sum_m b_{Rjlm} \beta^{m-1} \bar{V}^{l-1} \alpha_0^{j-1}, & L_{\alpha I} &= \sum_j \sum_l \sum_m b_{Ijlm} \beta^{m-1} \bar{V}^{l-1} \alpha_0^{j-1} \\ M_{hR} &= \sum_j \sum_l \sum_m c_{Rjlm} \beta^{m-1} \bar{V}^{l-1} \bar{h}_0^{j-1}, & M_{hI} &= \sum_j \sum_l \sum_m c_{Ijlm} \beta^{m-1} \bar{V}^{l-1} \bar{h}_0^{j-1} \\ M_{\alpha R} &= \sum_j \sum_l \sum_m d_{Rjlm} \beta^{m-1} \bar{V}^{l-1} \alpha_0^{j-1}, & M_{\alpha I} &= \sum_j \sum_l \sum_m d_{Ijlm} \beta^{m-1} \bar{V}^{l-1} \alpha_0^{j-1} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

3. 非線形動的空気力係数の算出法

(1) ねじれ1自由度

ねじれ1自由度の場合、式(2)は次式のようになる。

$$\ddot{\alpha} + 2\zeta_\alpha \omega_\alpha \dot{\alpha} + \omega_\alpha^2 \alpha = -\frac{\omega^2}{D} (M_{\alpha R} + iM_{\alpha I}) \alpha \quad (4)$$

$$\text{ここで、ねじれ振動の形を、次のように仮定する。} \quad \alpha = \alpha_0 e^{(-\delta/2\pi + i)\omega t} \quad (5)$$

式(5)を式(4)に代入して整理すると

$$M_{\alpha R} = D \left[\left(\frac{-\omega_\alpha}{\omega} \right)^2 - \frac{\zeta_\alpha \delta}{\pi} \left(\frac{-\omega_\alpha}{\omega} \right) - 1 + \frac{\delta^2}{4\pi^2} \right] = \sum_j \left(\sum_l \sum_m d_{Rjlm} \beta^{m-1} \bar{V}^{l-1} \right) \alpha_0^{j-1} \quad (6)$$

$$M_{\alpha I} = D \left[2\zeta_\alpha \left(\frac{\omega_\alpha}{\omega} \right) - \frac{\delta}{\pi} \right] = \sum_j \left(\sum_l \sum_m d_{Ijlm} \beta^{m-1} \bar{V}^{l-1} \right) \alpha_0^{j-1} \quad (7)$$

(2) たわみ1自由度

たわみ1自由度の場合は、ねじれ1自由度の場合と同様に考えることができる。

$$L_{hR} = \mu \left[\left(\frac{\omega_h}{\omega} \right)^2 - \frac{\zeta_h \delta}{\pi} \left(\frac{\omega_h}{\omega} \right) - 1 + \frac{\delta^2}{4\pi^2} \right] = \sum_j \left(\sum_k \sum_m a_{Rjkm} \beta^{m-1} \bar{V}^{k-1} \right) \bar{h}_0^{j-1} \quad (8)$$

$$L_{hI} = \mu \left[2\zeta_h \left(\frac{\omega_h}{\omega} \right) - \frac{\delta}{\pi} \right] = \sum_j \left(\sum_k \sum_m a_{Ijkm} \beta^{m-1} \bar{V}^{k-1} \right) \bar{h}_0^{j-1} \quad (9)$$

(3) たわみ、ねじれ2自由度

2次元剛体が、たわみ、ねじれ2自由度で、減衰振動をするとき、

$$\bar{h} = \bar{h}_0 e^{(-\delta/2\pi + i)\omega t}, \quad \alpha = \alpha_0 e^{(-\delta/2\pi + i)\omega t - i\theta} \quad (10)$$

これを式(1)(2)に代入して整理すると

$$\frac{1}{\mu} \left(\frac{\alpha_0}{h_0} \right) L_{\alpha R} = \left\{ \frac{\delta^2}{4\pi^2} - 1 - \frac{\zeta_h \delta}{\pi} \left(\frac{\omega_h}{\omega} \right) + \left(\frac{\omega_h}{\omega} \right)^2 - \frac{L_{hR}}{\mu} \right\} \cos \theta - \left\{ -\frac{\delta}{\pi} + 2\zeta_h \left(\frac{\omega_h}{\omega} \right) - \frac{L_{hI}}{\mu} \right\} \sin \theta \quad (11)$$

$$\frac{1}{\mu} \left(\frac{\alpha_0}{h_0} \right) L_{\alpha I} = \left\{ \frac{\delta^2}{4\pi^2} - 1 - \frac{\zeta_h \delta}{\pi} \left(\frac{\omega_h}{\omega} \right) + \left(\frac{\omega_h}{\omega} \right)^2 - \frac{L_{hR}}{\mu} \right\} \sin \theta + \left\{ -\frac{\delta}{\pi} + 2\zeta_h \left(\frac{\omega_h}{\omega} \right) - \frac{L_{hI}}{\mu} \right\} \cos \theta \quad (12)$$

$$\frac{1}{\nu} \left(\frac{h_0}{\alpha_0} \right) M_{hR} = \left\{ \frac{\delta^2}{4\pi^2} - 1 - \frac{\zeta_h \delta}{\pi} \left(\frac{\omega_h}{\omega} \right) + \left(\frac{\omega_h}{\omega} \right)^2 - \frac{M_{\alpha R}}{\nu} \right\} \cos \theta + \left\{ -\frac{\delta}{\pi} + 2\zeta_h \left(\frac{\omega_h}{\omega} \right) - \frac{M_{\alpha I}}{\nu} \right\} \sin \theta \quad (13)$$

$$\frac{1}{\nu} \left(\frac{h_0}{\alpha_0} \right) M_{hI} = - \left\{ \frac{\delta^2}{4\pi^2} - 1 - \frac{\zeta_h \delta}{\pi} \left(\frac{\omega_h}{\omega} \right) + \left(\frac{\omega_h}{\omega} \right)^2 - \frac{M_{\alpha R}}{\nu} \right\} \sin \theta + \left\{ -\frac{\delta}{\pi} + 2\zeta_h \left(\frac{\omega_h}{\omega} \right) - \frac{M_{\alpha I}}{\nu} \right\} \cos \theta \quad (14)$$

4. 数値計算例

構造断面に作用する動的空気力係数は、V-A- δ 曲線から、前章で述べた算法により、効率的に求めることができる。ここでは、因島大橋V-A- δ 曲線(図-1)から空気力係数を計算し、その値を使って、仕様の振幅AにおけるV- δ 曲線を求める。例として、振幅2°の場合を図-2に示す。

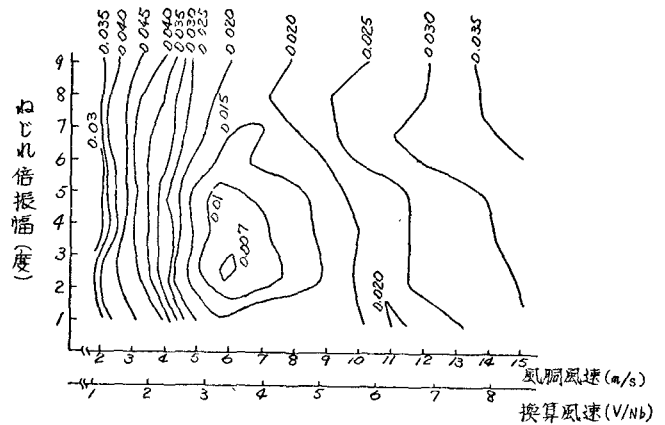


図-1 因島大橋V-A- δ 曲線
(本四連絡橋の耐風に関する調査研究報告書 昭47)

5. あとがき

以上述べたように非線形動的空気力係数をV-A- δ 曲線から比較的容易に検出することができる。今後さらに、構造物の耐風設計に際して応答を振幅および発振時間との関係で把握し、構造物の耐風安定性と破壊に対する安全性と結びつけて評価することが望まれる。

最後に、本研究は京都大学日石助教の御教示により進められたもので、先生の御指導とここに感謝いたします。

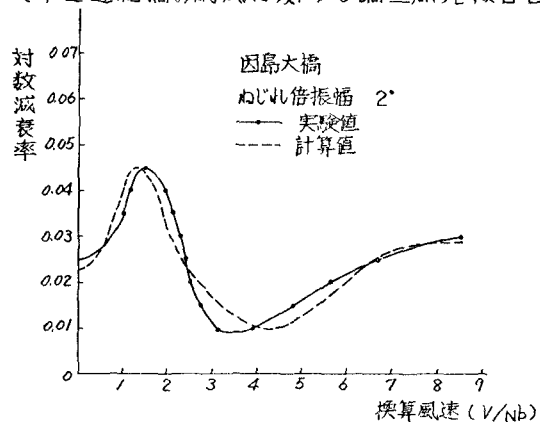


図-2 因島大橋V- δ 曲線