

吊橋の鉛直および水平たわみにおける補剛
トラス、横構トラスのせん断変形の影響

大阪大学工学部 正員 小松定夫

大阪大学工学部 正員 西村宣男

1. まえがき 吊橋の立派解析法の比較計算において、いわゆる膜理論による数値と変形法による数値とでは、若干の差が認められる。変形や部材力について検討した結果、この差はおじれ変形に伴うものよりも、吊橋の曲げ変形に伴う力学量に含まれていることが判明した。この原因としては、通常膜理論ではケーブルと補剛トラスの橋軸方向変位の差（ハンガーの傾斜）、ハンガーの伸縮などを無視していることのほか、補剛トラスを曲げ部材に置換する際に斜材の伸縮の影響（桁としてのせん断変形）を省略している点にあると考えられる。本研究ではこれらの諸因子のうち補剛トラスのせん断変形をMelanの微分方程式に導入して、せん断変形の影響を調べた。また水平たわみについてもMoisseiffの理論式に横構トラスのせん断変形を導入し、同様の考察を行なった。

2. 鉛直たわみの基礎方程式とその解法 せん断変形を考慮したおりのたわみに関する微分方程式は $EI_x v'''' = q_z + \frac{kEI_x}{GA_y} q_z'' \dots (1)$ 。はり断面の形状係数は補剛トラスのせん断剛性 GA_y を式(1)のように入れば $k=1$ と考えてよい。補剛トラスは通常フレン形式が用いられるから $GA_y = EA_d \frac{h^2 \lambda}{Q^2}$ 、また曲げ剛性は $EI_x = EA_c h^2 / 2$ 。補剛トラスに作用する分布力 q_z は、活荷重 P_z 、吊橋自重 m_s および吊材力 $S(z)$ であり $q_z = P_z + m_s - S(z) \dots (2)$ 。吊材力 $S(z)$ はケーブルにおける釣合条件より $S(z) = -(H_d + H_p)(v'' + \gamma'') - m_c \dots (3)$ 。 P_z , m_s およびケーブル重量 m_c は等分布荷重とすると $q_z'' = (H_d + H_p)v'''' \dots (4)$ 。式(1)～式(4)より

$$EI_x \left(1 + \frac{H_d + H_p}{GA_y}\right) v'''' - (H_d + H_p) v'' = P_z + H_p \gamma'' \dots (5)$$

断面力は $M_x = -EI_x \left(1 + \frac{H_d + H_p}{GA_y}\right) v'' - \frac{EI_x}{GA_y} (P_z + H_p \gamma'')$, $Q_z = -EI_x \left(1 + \frac{H_d + H_p}{GA_y}\right) v''' \dots (6)$

境界条件 端支点 $v = 0$, $M_x = -EI_x \left(1 + \frac{H_d + H_p}{GA_y}\right) v'' - \frac{EI_x}{GA_y} (P_z + H_p \gamma'') = 0$

$$\begin{aligned} v = 0, \quad (v' - \frac{Q_y}{GA_y})_{left} &= (v' - \frac{Q_y}{GA_y})_{right} \\ \text{中間支点} \quad EI_x \left\{ \left(1 + \frac{H_d + H_p}{GA_y}\right) v'' + \frac{P_z + H_p \gamma''}{GA_y} \right\}_{left} &= EI_x \left\{ \left(1 + \frac{H_d + H_p}{GA_y}\right) v'' + \frac{P_z + H_p \gamma''}{GA_y} \right\}_{right} \end{aligned}$$

式(5)の解は $u^2 = (H_d + H_p) / EI_x \left(1 + \frac{H_d + H_p}{GA_y}\right)$ とおいて

$$v = C_1 \sinh u z + C_2 \cosh u z + C_3 z + C_4 - \frac{P_z + H_p \gamma''}{2(H_d + H_p)} z^2 \dots (7)$$

例えば図2のような荷重状態について

$$\left. \begin{aligned} v &= \frac{p^*}{H} \left\{ \frac{1}{2} \left[\frac{z}{L} - \left(\frac{z}{L}\right)^2 \right] - \frac{1}{\mu L^2} \frac{GA_y}{GA_y + H} \left[1 - \frac{\cosh \mu \left(\frac{1}{2} - \frac{z}{L}\right)}{\cosh \frac{\mu L}{2}} \right] \right\} \\ M_x &= \frac{p^*}{\mu^2} \left\{ 1 - \frac{GA_y}{GA_y + H} \frac{\cosh \mu \left(\frac{1}{2} - \frac{z}{L}\right)}{\cosh \frac{\mu L}{2}} - \frac{H}{GA_y + H} \right\} \\ Q_y &= \frac{p^*}{\mu} \frac{GA_y}{GA_y + H} \frac{\sinh \mu \left(\frac{1}{2} - \frac{z}{L}\right)}{\cosh \frac{\mu L}{2}} \end{aligned} \right\} \dots (8)$$

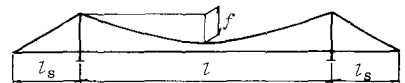


図1 つり橋一般図

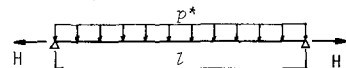


図2

3. 水平たわみの基礎方程式と解法

ケーブルにおける橋軸直角水平方向の釣合より $-H_d u_c'' - \frac{m_s}{L} (u_s - u_c) = p_c \dots (9)$ 吊橋造における釣合より $EI_x u_s'' = q_x + \frac{EI_x}{GA_x} q_x'' \dots (10)$

こゝに $q_x = P_x - \frac{2m_s}{L} (u_s - u_c)$, P_x , p_c はそれぞれ吊橋造およびケーブルに作用する横荷重; L はハンガー長を表わす。ハンガーの傾斜を有限三角級数で表わす Selberg の解法を適

用する。 $\beta = (u_s - u_c)/l = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{n\pi z}{l} \dots (11)$

$$-H_d u_c = p_c + m_s \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{n\pi z}{l} \dots (12)$$

$$EI_y u_s'' = p_s - 2m_s \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{n\pi z}{l} - 2 \frac{EI_y m_s}{GA_x} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \left(\frac{n\pi}{l} \right)^2 \sin \frac{n\pi z}{l} \dots (13)$$

例えば、等価断面重を受ける2ヒンジ吊橋の解は

$$u_c = \frac{p_c l^2}{24 EI_y} \left(1 - \frac{z}{l} \right) + \frac{m_s l^2}{H_d \pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{n^2} \sin \frac{n\pi z}{l} \dots (14)$$

$$u_s = \frac{p_s l^4}{24 EI_y} \left\{ \left(\frac{z}{l} \right)^4 - 2 \left(\frac{z}{l} \right)^3 + \left(\frac{z}{l} \right) \right\} + \frac{p_s l^2}{2 GA_x} \left(1 - \frac{z}{l} \right) - \frac{2m_s}{EI_y} \left(\frac{l^4}{\pi^4} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \left(\frac{1}{n^4} + \frac{1}{n^2} \frac{EI_y \pi^2}{GA_x l^2} \right) \sin \frac{n\pi z}{l} \right) \dots (15)$$

式(14), (15)に含まれている未知係数 a_n はつぎの適合条件式よりN元の連立方程式を解いて求める。

$$u_{s,i} - u_{c,i} = \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} a_n \sin \frac{n\pi z_i}{l} \quad (i=1, 2, \dots, N) \dots (16)$$

連続吊橋についてはせん断変形を考慮した三連モーメント公式を用いて同様に解を求めることができれば、紙面の都合で省略する。

4. せん断変形の影響 変形や断面力に与

えるせん断変形の影響をパラメータ解析により整理した。パラメータ $EI/GA l^2$ に対する各種力學量の変化を、せん断変形を無視した場合を100として図4および図5に示した。一般に連続吊橋の中間支点における断面力に対してせん断変形の影響が著しい。

せん断変形を考慮すると、無視した場合に比して変形およびケーブル張力は大きくなり、補剛トラス、横構トラスの断面力は小さくなる。

さらに2つの

パラメータ $\sqrt{H_d/EI_y}$ 、

$EI/GA l^2$ に対して

せん断変形の影響

が比較的強く現わ

れる力學量につい

て、影響度も繰の

りものが図5~7

である。図中の○印は本四連絡橋、計画案の連続吊橋の

パラメータ値である。

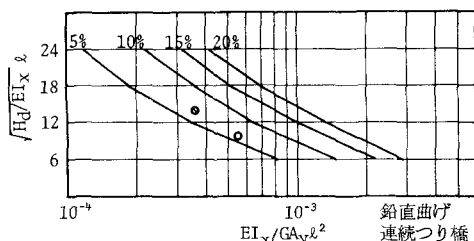


図5 中間支点上曲げモーメントの減少量

式(9)および(10)は

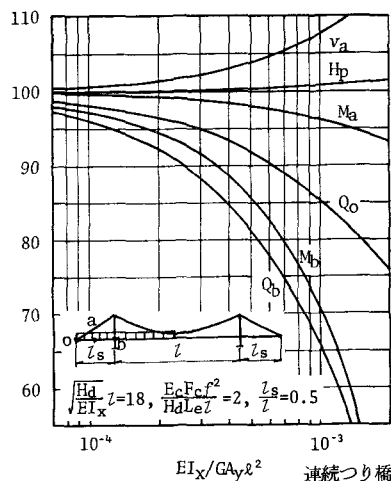


図3 鉛直曲げにおけるせん断変形の影響

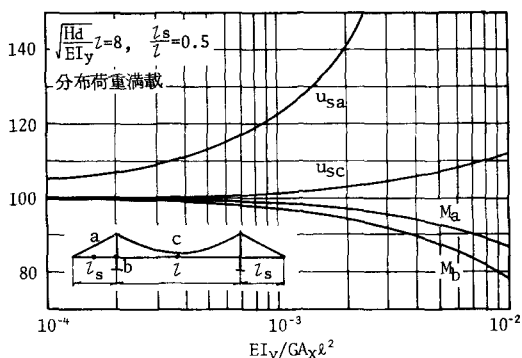


図4 水平曲げにおけるせん断変形の影響(連続つり橋)

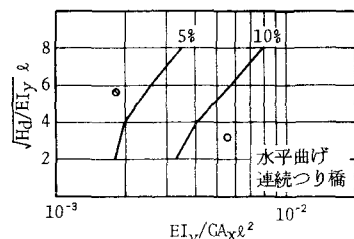


図6 中央径間中央点のたわみ増加量

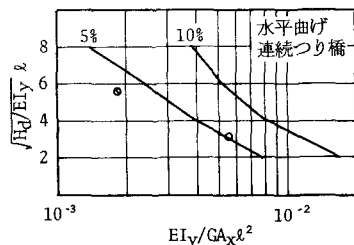


図7 中間支点上曲げモーメントの減少量

参考文献 1) Hawranek, A. und O. Steinhardt; Theorie und Berechnung der Stahlbrücken, 1958 2) Selberg, A.; Berechnung des Verhaltens von Hängebrücken unter Windbelastung, Stahlbau, 1941