

Transfer matrix 法による吊橋の静的解析と模型実験

大阪市立大学工学部 正員 中井 博
 大阪市立大学大学院 学生員 亀井 正博

1. まえがき

吊橋の解法の問題として、①汎用性のあるマトリックス構造解析法、②非線形方程式の取り扱い方があげられる。本文は Transfer matrix 法を用いたが、その際文献②より双曲線関数項の分離・単位化を行ない、所要の計算精度を確保した。また、活荷重による張力 H_p の決定には、Newton-Raphson法を用いて、上述の解と連成させた収束式を提案した。そして、模型げたの静的実験により、本文の解の妥当性を種々な点から検討するものである。

2. 解析方法

吊橋が鉛直荷重 $P(x)$ を受ける場合の基礎微分方程式は、周知のように次式で与えられる。

$$\eta'' - \alpha^2 \eta = \frac{1}{EI} \left\{ P(x) - \frac{8f}{l^2} H_p \right\} \quad \text{----- (1)}$$

ここに、 $\alpha^2 = \frac{H_r}{EI}$, $H_r = H_w + H_p$, H_w : 死荷重張力
 式(1)をラプラス変換して解き、マトリックス表示すれば Field matrix を得るが、ここでさらに、

$$W = \eta + \frac{M}{H_r}, \quad T = \eta' + \frac{Q}{H_r} \quad \text{----- (2)}_{1,2}$$

とし、双曲線関数項を分離する。さらに、2行目および3行目を $\cosh \alpha l$ で割ると、Field-matrix は表-1 のように表わせる。このようにして双曲線関数項の分離・単位化を行なうと、高精度の結果を得ることができる。

3. 逐次計算による H_p の算出法

活荷重張力 H_p の算出法としては、Lagrange の補間法があるが、ここでは Newton-Raphson 法を用いて数値計算に適した収束式を提案する。図-1 の点線①は、最初に仮定した H_p の値を x 軸にとり、その値のもとにケーブル方程式より求められた新しい H_p を y 軸にとり、順次プロットしていったものである。仮定した H_p と新しい H_p は一致しなければならないから、真値は①と $y=x$ との交点 P として求まる。

さて、この交点 P を数値計算より求めるために、まず①を直線②と仮定して、Newton-Raphson法を用いる。Newton-Raphson 法とは、ある関数 $f(x)$ におい

$\tilde{W}$	$\tilde{\theta}$	$\tilde{M}$	$\tilde{T}$	1
1	0	0	l_k	$-\frac{P(x) l_k^2}{H_r \cdot 2}$
0	1	$-\frac{\alpha}{H_r} \tanh \alpha l_k$	$\frac{1 - \cosh \alpha l_k}{\cosh \alpha l_k}$	$\frac{P(x) (\tanh \alpha l_k}{\alpha} - \frac{l_k}{\cosh \alpha l_k})$
0	$-\frac{H_r}{\alpha} \tanh \alpha l_k$	1	$\frac{H_r}{\alpha} \tanh \alpha l_k$	$\frac{P(x)}{\alpha^2} \left(\frac{1}{\cosh \alpha l_k} - 1 \right)$
0	0	0	$\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 1/\cosh \alpha l_k \end{array} \right\}$	$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{P(x) l_k}{H_r} \\ -\frac{P(x) l_k}{H_r \cosh \alpha l_k} \end{array} \right\}$
0	0	0	0	$\left\{ \begin{array}{l} 1 \\ 1/\cosh \alpha l_k \end{array} \right\}$

表-1

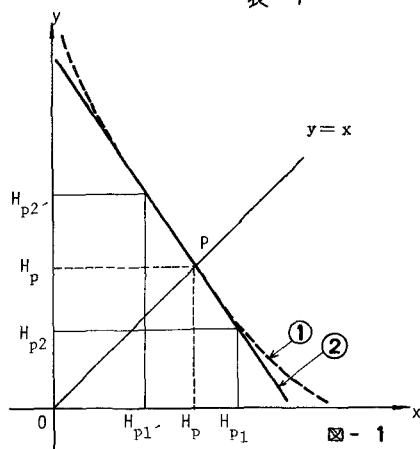


図-1

て代数的に $f(x)=0$ の根を求めるのが困難な場合に適用されるもので、ここでは図-1より $f(x)$ は、

$$f(x) = \left(\frac{H_{p2} - H_{p1}}{H_{p1} - H_{p1}'} - 1 \right) x + \frac{H_{p1} H_{p2}' - H_{p1}' H_{p2}}{H_{p1} - H_{p1}'} \quad \text{---- (3)}$$

と求まる。 H_p をより真値に近い値として収束式を次式で定義する。

$$H_p' = H_{p1} \pm \frac{H_{p2} - H_{p1}}{\lambda}, \quad \lambda = \frac{H_{p2} - H_{p2}'}{H_{p1} - H_{p1}'} - 1 \quad \text{---- (4), (5)}$$

ここで、 λ は関数 $f(x)$ の勾配になっている。式(4)の複合符号は、 $H_{p2} > H_{p1}$ のとき+をとり、 $H_{p1} > H_{p2}$ のとき-をとるものとする。そこで、図-2の模型げたの中央に集中荷重 $P=3.088 \text{ kg}$ を載荷したときを例にとって数値計算を行なった。(計算は大阪市立大学土木学科所有の OKITAC-4500 (容量 24 kW) で、Singleで行なった。) 図-3は、 λ の値を種々変化させたときの収束所要時間を示している。図中の H_p^0 は初期値で、 ϵ は H_p の精度を示している。一方、式(5)の入値を計算してみると、 $\lambda=11.33$ となる。また集中荷重 P の値を 5 kg 、 10 kg と変えても、 $\lambda=11.36$ 、 11.41 となり、 λ の増分はわずかであることから、式(4)、(5)がその他の型式の吊橋にも十分適用できると考えられる。

4. 模型実験による検討

上記の解析法の妥当性を検討するために、図-2の諸元を有する模型げたを製作し、静的載荷実験を行なった。図-4は、集中荷重 $P=3.088 \text{ kg}$ を移動させて着目点 $l/4$ のたわみおよびモーメントの値を載荷点にプロットしていったものである。これを、たわみおよびモーメントの移動線と名付けた。

5. 実験結果および考察

本文の方法を模型実験で検討したが、図-4からも分かるように理論値と測定値は良く一致しており、十分妥当であると思える。詳細は当日スライドで報告するつもりである。

参考文献 1) 平井；鋼橋Ⅲ，技報堂

2) 中井・串口，土木学会論文集オ 233号・1975年1月

